అర్థమెటిక్

GRK

గత పరీక్షలో వచ్చిన ప్రశ్నలు

Topic wise... (With Pdf file)

(Constable ,S.I, Group 1,2,3,4 ,RRC and RRB)

సంఖ్యామానం సూక్ష్మీకరణాలు

<u>1. సంఖ్యా వ్యవస్థ</u>

* **<u>సహజ సంఖ్యలు</u>** : మనము సహజంగా లెక్కించే సంఖ్యలను "సహజ సంఖ్యలు" అంటారు. సహజ సంఖ్యలను N అక్షరంచే సూచిస్తారు.

N = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

* సహజ సంఖ్యలలో ఒక సంఖ్య తరువాత వచ్చే సంఖ్యను "ఆ సంఖ్య యొక్క ఉత్తర సంఖ్య / తరువాత సంఖ్య" అంటారు. మరియు సహజ సంఖ్యలలో ఒక సంఖ్య ముందు వచ్చే సంఖ్యను ఆ సంఖ్య యొక్క "ముందు సంఖ్య" లేదా "పూర్వసంఖ్య" అంటారు.

ఉదా : 9 యొక్క ఉత్తర సంఖ్య 10

9 యొక్క పూర్వ సంఖ్య 8

* సహజ సంఖ్య 1 కి పూర్వ సంఖ్య లేదు.

* ప్రతి సహజ సంఖ్యకు ఉత్తర సంఖ్య కలదు. 1కి తప్ప సహజ సంఖ్యలన్నీటికీ పూర్వ సంఖ్య కలదు.

* **<u>పూర్ణాంకాలు</u>** : సహజ సంఖ్యాసమితికి 'సున్నా' చేర్చితే ఏర్పడే సంఖ్యాసమితిని "పూర్ణాంకాల సమితి" అంటారు. దీనిని W చే సూచిస్తారు.

పూర్ణాంకాల సమితి : W = {0, 1, 2, 3, ...}

- పూర్ణాంకాలలో అతి చిన్న సంఖ్య 'సున్నా'
- ప్రతి పూర్ణాంకానికి ఉత్తర సంఖ్య కలదు. '0' కి తప్ప, పూర్ణాంకాలన్నిటికీ పూర్వ సంఖ్య కలదు.
- సహజ సంఖ్యలన్నీ పూర్ణాంకాలు అవుతాయి. కానీ పూర్ణాంకాలన్నీ సహజ సంఖ్యలు కావు.
- పూర్ణాంకాలు సంకలన, గుణకారాలలో సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి.
- సున్నాతో భాగహారం నిర్వచింపబడదు.
- $\therefore a \div 0$ నిర్వచించబడదు.
- పూర్ణాంకాలు సంకలన, గుణకారాలలో స్థిత్యంతర ధర్మం, సహచర ధర్మం, సంకలనం మీద గుణకార విభాగన్యాయం పాటిస్తాయి.
- పూర్ణాంకాలలో సంకలన తత్సమాంశం - 'సున్నా' (0)

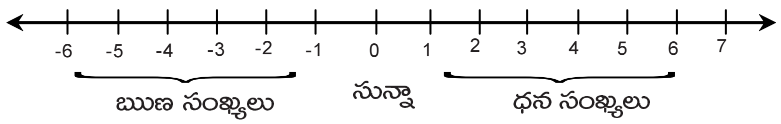
  గుణకార తత్సమాంశం - ఒకటి (1)

GRK

* **<u>పూర్ణ సంఖ్యలు</u>:** పూర్ణాంకాలకు తోడుగా ఋణ సంఖ్యలు కలుపగా ఏర్పడే నూతన సంఖ్యా సమితిని "పూర్ణ సంఖ్యలు" అంటారు. (లేదా)

ఋణ సంఖ్యలు, సున్నా, ధన సంఖ్యలు కలిగియున్న సమితిని "పూర్ణ సంఖ్యల సమితి" అంటారు. దీనిని Z అక్షరంతో సూచిస్తారు.

సంఖ్యారేఖ



- సున్నా అనే పూర్ణ సంఖ్య ధనాత్మకం కాదు, ఋణాత్మకం కాదు.
- రెండు ధన పూర్ణ సంఖ్యల లబ్దం ధన సంఖ్య.
- రెండు ఋణ పూర్ణ సంఖ్యల లబ్దం ధన సంఖ్య.
- ఒక ధన పూర్ణ సంఖ్య మరియు ఒక ఋణ పూర్ణ సంఖ్యల లబ్దం ఋణ సంఖ్య అవుతుంది.

$+ \times + = +$
$- \times - = +$
$+ \times - = -$
$- \times + = -$

- రెండు అంతకంటే ఎక్కువ ఋణ పూర్ణ సంఖ్యల లబ్దం "ధనపూర్ణ సంఖ్య" అవుతుంది.

  (సరి సంఖ్య అయినపుడు) ఉదా : -2 x -4 x -1 x -3 = +24

→ రెండు అంతకంటే ఎక్కువ ఋణపూర్ణ సంఖ్యల లబ్దం "ఋణపూర్ణ సంఖ్య" అవుతుంది.
(బేసి సంఖ్య అయినపుడు) ఉదా : $-1\times -2\times -3=-6$

→ ఒక ఋణ పూర్ణ సంఖ్యను మరొక ఋణపూర్ణ సంఖ్యచే భాగించిన వచ్చు భాగఫలం ధనసంఖ్య అవుతుంది.
ఉదా : $(-15)\div(-3)=5$

* a ఏదైనా ఒక పూర్ణ సంఖ్య, $a\div 0$ నిర్వచింపబడదు. కాని $0\div a=0(a\neq 0)$
* a ఏదైనా ఒక పూర్ణ సంఖ్య, $a\div 1=a,\ a\div -1=-a,\ a\div a=1$

ధర్మాలు

✶ **సంవృత ధర్మము:** $a,b\in p$ అయిన $a\odot b\in p$ అవుతుంది.. $p,\odot$ ప్రక్రియలో సంవృత ధర్మం కలిగియున్నదని అంటారు.
ఉదా : : $1,3\in N$ అయిన $1+3=4\in N$
సహజ సంఖ్యలు సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి. (సంకలనం దృష్ట్యా)
ఉదా : 2, 5 $\in$ W అయిన 2-5 = -3 $\notin$ W
పూర్ణాంకాలు వ్యవకలనం దృష్ట్యా సంవృత ధర్మాన్ని పాటించవు.

✶ **స్థిత్యంతర ధర్మము (వినిమయ ధర్మము)** : $P,\ Q$ ప్రక్రియలో $a,b\in p$ అయిన $a\odot b=b\odot a$ అవుతుంది. స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని పాటిస్తుంది.
ఉదా : $i)-3-2\in z$ అయిన $(-3)+(-2)=(-2)+(-3)$
పూర్ణ సంఖ్యలు సంకలనం దృష్ట్యా స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి.
ఉదా : $ii)5,10\in z$ అయిన $5\div 10=\frac{1}{2},\ 10\div 5=2$
$5\div 10\neq 10\div 5$
పూర్ణ సంఖ్యలు భాగాహారం దృష్ట్యా స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని పాటించవు.

✶ **సహచర ధర్మము** : $a,b,c\in p$ అయిన $(a\odot b)\odot c=a\odot(b\odot c)$ $p,\odot$ ప్రక్రియలో సహచర ధర్మాన్ని పాటిస్తుంది.
ఉదా : $2,3,4\in N$ అయిన $(2+3)+4=5+4=9$
$2+(3+4)=2+7=9$
సహజ సంఖ్యలు సంకలనం దృష్ట్యా సహచర ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి.

GRK

✶ **తత్సమాంశ ధర్మము** : $a,b\in p$ అయిన $a\odot b=a$ అవుతుంది 'b' అనేది తత్సమాంశం.
ఉదా : $a+0=a$, '0' సంకలన తత్సమాంశం
$a\times 1=a$ '1' గుణకార తత్సమాంశం
గమనిక : సహజ సంఖ్యలకు సంకలన తత్సమాంశం లేదు.

✶ **విలోమము** : $a,b\in p$ అయిన $a\odot b=e$, e అనగా తత్సమము
ఉదా : $i)a+(-a)=0$ 'a' యొక్క సంకలన విలోమం : '$-a$'
$ii)a\times\frac{1}{a}=1$ 'a' యొక్క గుణకార విలోమం $=\frac{1}{a}$
గమనిక :
1. సహజ సంఖ్యలకు, పూర్ణాంకాలకు సంకలన విలోమము లేదు.
2. సహజ సంఖ్యలు, పూర్ణాంకాలు సంకలనం దృష్ట్యా విలోమ ధర్మాన్ని పాటించవు.
3. శూన్యేతర అకరణీయ సంఖ్యలు మాత్రమే గుణకార విలోమాన్ని పాటిస్తాయి.

✶ **విలోమము** : $a,b,c\in p$ అయిన $a\times(b+c)=(a\times b)+(a\times c)$, దీనిని "విభాగన్యాయము" అంటారు.

పూర్ణాంకాల ధర్మాలు :

ధర్మము	సంకలనం	వ్యవకలనం	గుణకారము	భాగహారము
సంవృత ధర్మం	✔	✖	✔	✖
స్థిత్యంతర ధర్మం	✔	✖	✔	✖
సహచర ధర్మం	✔	✖	✔	✖
తత్సమాంశం	✔	-	✔	-
విలోమం	✖	-	✖	-

పూర్ణ సంఖ్యల ధర్మాలు :

ధర్మము	సంకలనం	వ్యవకలనం	గుణకారము	భాగహారము
సంవృతధర్మం	✔	✔	✔	✕
స్థిత్యంతరధర్మం	✔	✕	✔	✕
సహచర ధర్మం	✔	✕	✔	✕
తత్సమాంశం	✔	-	✔	-
విలోమం	✔	-	✕	-

✶ **భిన్నము** : పూర్ణాంకంలోని భాగాన్ని "భిన్నం" అంటారు.

ఉదా : $\frac{5}{12}$ భిన్నంలో 5ను 'లవం' అని, 12 ని హారం అని అంటారు.

భిన్నాలు - రకములు :

✶ **క్రమ భిన్నము** : లవం, హారం కంటే తక్కువ గల భిన్నాన్ని "క్రమ భిన్నము" అంటారు. దీని విలువ ఎల్లప్పుడూ 1 కంటే తక్కువ.

ఉదా : $\frac{2}{5}, \frac{5}{7}, \frac{6}{13}, \frac{21}{109}$.......... క్రమ భిన్నాలు..

✶ **అపక్రమ భిన్నము** : లవ హారాలు సమానంగా గాని, హారం కంటే లవం ఎక్కువగా గల భిన్నాలను "అపక్రమ భిన్నాలు" అంటారు.

ఉదా : $\frac{16}{9}, \frac{25}{8}, \frac{36}{36}$........ మొ॥ అపక్రమ భిన్నాలు

✶ **మిశ్రమ భిన్నము** : పూర్ణాంకం, క్రమ భిన్నం కలిసి ఉన్న భిన్నాన్ని "మిశ్రమ భిన్నము" అంటారు.

ఉదా : $1\frac{2}{3}, 3\frac{4}{7}, 7\frac{3}{11}$ మొ॥

✶ **దశాంశ భిన్నము** : ఒక భిన్నము యొక్క హారములు 10,100,1000,10,000,.............. మొదలగునవి గల భిన్నములను "దశాంశ భిన్నములు" అంటారు.

ఉదా : $\frac{3}{10}, \frac{7}{100}, \frac{24}{1000}$........ మొ॥

✶ **సాధారణ భిన్నము** : ఒక భిన్నము యొక్క హారాలు 10,100,1000,...... మొదలగునవి కాకుండా ఏ ఇతర పూర్ణ సంఖ్య హారముగా గల భిన్నాలను "సాధారణ భిన్నాలు" అంటారు.

ఉదా : $\frac{3}{4}, \frac{5}{7}, \frac{6}{13}$........ మొ॥

✶ **సమాన భిన్నాలు** : ఒక భిన్నం యొక్క లవహారాలను ఒకే సంఖ్యతో గుణించిననూ, భాగించిననూ ఏర్పడే భిన్నాలను దానికి "సమాన భిన్నాలు" అంటారు.

ఉదా : $\frac{3}{4} \times \frac{2}{2} = \frac{6}{8}, \frac{3}{4} \times \frac{3}{3} = \frac{9}{12}, \frac{3}{4} \times \frac{4}{4} = \frac{12}{16}$........

$\therefore \frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = $.........

✶ **సజాతి భిన్నాలు** : సమాన హారాలు గల భిన్నాలను "సజాతి భిన్నాలు" అంటారు.

GRK

ఉదా : $\frac{4}{11}, \frac{3}{11}, \frac{7}{11}, \frac{10}{11}$.....

✶ **విజాతి భిన్నాలు** : సమాన హారాలు లేని భిన్నాలను "విజాతి భిన్నాలు" అంటారు.

ఉదా : $\frac{3}{5}, \frac{3}{7}, \frac{11}{12}, \frac{19}{40}$.......

* భిన్నాల గుణకారము అనగా లవాల లబ్దం / హారాల లబ్ధం

* లో (of) అనేది గుణకారమును సూచిస్తుంది.

ఉదా : 240లో 20% $= 240 \times \frac{20}{100} = 48$

* రెండు క్రమ భిన్నాల లబ్ధం, ప్రతి క్రమ భిన్నము కంటే తక్కువ.

ఉదా : $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{10}{21}$ లో $\frac{10}{21} < \frac{2}{3}$ మరియు $\frac{10}{21} < \frac{5}{7}$

* ఒక భిన్నంలోని లవహారాలను తారుమారు చేయగా ఏర్పడిన భిన్నాన్ని ఆ భిన్నము యొక్క "వ్యుత్క్రమం" (గుణకార విలోమం) అంటారు.

ఉదా : $\frac{3}{5}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం $= \frac{5}{3}$ 2 యొక్క గుణకార విలోమం $= \frac{1}{2}$

* ఒక పూర్ణ సంఖ్యను ఒక భిన్నముచే భాగించాలంటే ఆ పూర్ణ సంఖ్యను ఆ భిన్నము యొక్క గుణకార విలోమంచే గుణించాలి.

ఉదా : $5 \div \frac{7}{3} = 5 \times \frac{3}{7} = \frac{15}{7}$

* ఒక భిన్నను మరొక భిన్నముచే భాగించాలంటే మొదటి భిన్నమును రెండవ భిన్నము యొక్క గుణకార విలోమంచే గుణించాలి.

ఉదా : $\frac{3}{4} \div \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{21}{20}$

GRK

✶ **భిన్నము యొక్క సూక్ష్మరూపము** : ఒక భిన్నమును సూక్ష్మరూపంలో రాయాలంటే లవ, హారాలకు 1 తప్ప వేరే ఉమ్మడి కారణాంకం ఉండకూడదు.

ఒక భిన్నము సూక్ష్మరూపంలో ఉంటే లవ, హారాల గ.సా.కా '1' అవుతుంది.

✶ **దశాంశ భిన్నాలు** : 10,100,1000,........ మొదలయిన సంఖ్యలు హారాలుగా గల భిన్నాలను "దశాంశ భిన్నాలు" అంటారు. దశాంశ భిన్నాలను దశాంశ బిందువును ఉపయోగించి రాస్తాం.

ఉదా : $\frac{5}{10} = 0.5,\ \frac{15}{100} = 0.15$

* ఒక దశాంశ సంఖ్య యందు రెండు భాగాలు కలవు.

1. పూర్ణాంకిక భాగము
2. దశాంశ భాగము

ఉదా : 17.235 నందు పూర్ణాంకిక భాగము 17

దశాంశ భాగము = 0.234

ఒక దశాంశ సంఖ్యను 10,100,1000,........... మొదలగు సంఖ్యలతో గుణించునపుడు ఆ సంఖ్యలో సున్నాల సంఖ్యను లెక్కించి లబ్దంలో అన్ని స్థానాలు కుడివైపుకు దశాంశ సంఖ్యలో గల దశాంశ బిందువును జరపాలి.

ఉదా : $2.35 \times 10 = 23.5$ $\qquad 12.356 \times 100 = 1235.6$

* ఒక దశాంశ సంఖ్యను 10,100,1000,.......... మొదలగు సంఖ్యలతో భాగించునపుడు ఆ సంఖ్యలలో సున్నాల

సంఖ్యను లెక్కించి భాగఫలంలో అన్ని స్థానాలు ఎడమవైపుకు దశాంశ బిందువును జరపాలి.

ఉదా : $132.7 \div 10 = 13.27$

$17.36 \div 100 = 0.1736$

✶ **అకణీయ సంఖ్యలు** : p, q లు పూర్ణ సంఖ్యలు, $q \neq 0$, p/q రూపంలో రాయగల సంఖ్యలను "అకరణీయ సంఖ్యలు" అంటారు. (లేదా)

పూర్ణ సంఖ్యలు మరియు భిన్నాలను కలిపి "అకరణీయ సంఖ్యలు" అంటారు. దీనిని 'Q' చే సూచిస్తారు. $Q = \{p/q, q \neq 0\}$

అకరణీయ సంఖ్యలు - ధర్మాలు :

ధర్మము	సంకలనం	వ్యవకలనం	గుణకారము	భాగహారము
సంవృతధర్మం	✔	✔	✔	✔ (0 తప్ప)
స్థిత్యంతరధర్మం	✔	✕	✔	✕
సహచర ధర్మం	✔	✕	✔	✕
తత్సమాంశం	✔	-	✔ (0 తప్ప)	-
విలోమం	✔	-	✔	-

* రెండు అకరణీయ సంఖ్యల మధ్య అనంతమైన "అకరణీయ సంఖ్యలు" ఉంటాయి. ఈ ధర్మాన్ని "సాంద్రత ధర్మము" అంటారు.

→ a మరియు b అనే రెండు అకరణీయ సంఖ్యల మధ్య $\frac{a+b}{2}$ అనే అకరణీయ సంఖ్య ఉంటుంది.

✶ **అంతము గల దశాంశ భిన్నాలు** : ఒక దశాంశ బిందువు తరువాత పరిమిత సంఖ్యలో అంకెలు ఉంటే ఆ భిన్నాలను "అంతముగల దశాంశ భిన్నాలు" అంటారు.

(లేదా)

హారానికి 2గాని, 5గాని లేదా 2 మరియు 5 గాని మాత్రమే కారణాంకాలు ఉంటే ఆ దశాంశ భిన్నాలను "అంతముగల దశాంశ భిన్నాలు" అంటారు.

ఉదా : $\frac{1}{2} = 0.5, \ \frac{3}{8} = 0.375, \ \frac{13}{25} = 0.52$

✶ **అంతము లేని దశాంశ భిన్నాలు** : హారానికి 2గాని, 5గాని లేదా 2 మరియు 5 గాని మాత్రమే కాకుండా ఏ ఇతర కారణాంకంగాని ఉంటే ఆ దశాంశ భిన్నాలను "అంతము లేని దశాంశ భిన్నాలు" అంటారు.

ఉదా : $\frac{2}{3}, \frac{3}{11}, \frac{11}{30}$....... మొదలైనవి.

✶ **అంతము లేని ఆవర్తన దశాంశ భిన్నాలు** : దశాంశ భాగంలోని కొన్ని అంకెలు ఆవర్తనము (పునరావృతం) అయితే ఆ భిన్నాన్ని "ఆవర్తన దశాంశ భిన్నము" అంటారు.

→ అంతముకాని దశాంశ భిన్నములో ఆవర్తనమయ్యే అంకెను "వ్యవధి" అంటారు.

→ అంతముకాని దశాంశ భిన్నములో వ్యవధిలోని అంకెల సంఖ్యను "అవధి" అంటారు.

ఉదా: $\frac{1}{3} = 0.3333...... = 0.\overline{3}$ అవధి : 1, వ్యవధి 3

$\frac{5}{3} = 0.16666...... = 0.\overline{6}$ అవధి : 1, వ్యవధి 6

$0.12\overline{75}$ లో అవధి : 2, వ్యవధి : 75

GRK

"వర్గమూలములు" మరియు "ఘనమూలములు"

* a^m లో 'a' ను 'భూమి' అని, 'm' ను 'ఘాతాంకం' అని అంటారు. $a^m = a \times a \times a \times ....$ (m సార్లు)
* ఒక సంఖ్య యొక్క ఘాతాంకం రెండు అయిన దానిని వర్గం అంటారు $a^2 = a \times a$
* ఒక సంఖ్యను అదే సంఖ్యచే గుణించిన వచ్చే ఫలితంను వర్గం అంటారు. $a \times a = b$ అయిన b ను వర్గము అంటారు.

✶ **ఖచ్చిత వర్గము :** ఒక పూర్ణ సంఖ్య 'm'ను n^2 (మరొక పూర్ణ సంఖ్య) గా వ్రాసిన 'm'ను వర్గ సంఖ్య అని లేదా n యొక్క వర్గము 'm' అంటారు.

→ ఒక అకరణీయ సంఖ్య మరొకఅకరణీయ సంఖ్య వర్గమునకు సమానము అయిన దానిని 'ఖచ్చిత వర్గము'అంటారు.

→ అన్ని వర్గ సంఖ్యలు ఖచ్చిత వర్గాలే కాని అన్ని ఖర్చిత వర్గాల సంఖ్యలు కావు. ఉదా : $3 \times 3 = 3^2 = 9$ ఇది వర్గ సంఖ్య మరియు ఖచ్చిత వర్గం.

$1.2 \times 1.2 = 1.44$ ఇది వర్గ సంఖ్య కాదు మరియు ఖచ్చిత వర్గం.

✶ **వర్గ సంఖ్యల ధర్మాలు :**

1. ఒక సంఖ్య యొక్క ఒకట్ల స్థానంలో 2,3,7 లేదా 8 ఉంటే అవి వర్గ సంఖ్యలు కావు.

   ఉదా : 152, 7693, 14357, మొ॥ వర్గ సంఖ్యలు కావు.

2. ఖచ్చిత వర్గ సంఖ్య యొక్క చివర సున్నాలు ఉన్నా అది సరి సంఖ్య అవుతుంది.

   ఉదా : 15000, 2700000లు ఖచ్చిత వర్గ సంఖ్యలు కావు.

3. "సరి సంఖ్యల వర్గం ఎల్లప్పడూ సరిసంఖ్య" అవుతుంది. మరియు "బేసి సంఖ్యల వర్గం ఎల్లప్పడూ బేసి సంఖ్య" అవుతుంది.

   ఉదా : $12^2 = 144$ సరి సంఖ్య

   $17^2 = 289$ బేసి సంఖ్య

GRK

4. ఒక సంఖ్య ఒకట్ల స్థానంలోని అంకె ఆ సంఖ్య వర్గంలో ఒకట్ల స్థానంలో వచ్చే అంకె.

0	-	0
1 లేదా 9	-	1
2 లేదా 8	-	4
3 లేదా 7	-	9
4 లేదా 6	-	4
5	-	5

ఒక సంఖ్యలో 'n' అంకెలు ఉన్నా దాని వర్గ సంఖ్యలో '$2n$'లేదా '$2n-1$' అంకెలు ఉంటాయి.

ఉదా : ఒక సంఖ్యలో '4' అంకెలు ఉన్నా దాని వర్గ సంఖ్యలో '8' లేదా '7' అంకెలు ఉంటాయి. (7 అంకెలు)

* రెండు వరుస సంఖ్యల వర్గాల భేదం ఆ సంఖ్యల మొత్తానికి సమానం. అనగా ఒక సహజ సంఖ్య అయిన $(n+1)^2 - n^2 = n+1+n = 2n+1$

ఉదా : $11^2 - 10^2 = 11 + 10 = 21$

$347^2 - 346^2 = 347 + 346 = 693$

* రెండు వరుస సంఖ్యల వర్గాలు n^2 మరియు $(n+1)^2$ మధ్య : $2n$; వర్గ సంఖ్యలు కాని పూర్ణ సంఖ్యలు ఉంటాయి.

ఉదా : 20^2 మరియు 21^2 ల మధ్యగల వర్గ సంఖ్యలు కాని పూర్ణ సంఖ్యలు $= 2(20) = 40$

* మొదటి n బేసి సహజ సంఖ్యల మొత్తం మొదటి సహజ సంఖ్యల వర్గమునకు సమానం.

$1+3+5+......2n-1=n^2$

ఉదా : $1+3+5+7+9......5^2=25$

* "పాలిండ్రోమ్ సంఖ్యలు" లేదా "ద్విముఖ సంఖ్యలు" : పాలిండ్రోమ్ అనగా ఒక పదం, వాక్యం లేదా సంఖ్యను ఎటువైపు నుండి చదివినా ఒకే విధంగా ఉంటుంది.

ఉదా : *MADAM*, వికటకవి, 12321, ... మొ॥

* రెండు వరుస సంఖ్యల వర్గాల మొత్తం మరియు రెండు వరుస సంఖ్యల భూముల లబ్ధం వర్గముకి కలిపితే రెండు వరుస సంఖ్యల భూముల లబ్ధం తరువాత సంఖ్య వర్గమునకు సమానం అవుతుంది.

* $n^2+(n+1)^2+(n^2+n)^2=(n^2+n+1)^2$

ఉదా : $2^2+3^2+6^2=7^2\left[\left(\because 2^2+3^2+(2\times 3)^2=(2\times 3+1)^2\right)\right]$

* ఏదైనా ఒక బేసి సంఖ్య యొక్క వర్గాన్ని రెండు వరుస సంఖ్యల మొత్తంగా రాయవచ్చు. $\left(\frac{n^2-1}{2}+\frac{n^2+1}{2}\right)$

ఉదా : $7^2=49=24+25$ $\left[\left(\because \frac{7^2-1}{2}+\frac{7^2+1}{2}\right)\right]$

$\left(\frac{49-1}{2}+\frac{49+1}{2}\right)$

$\left(\frac{48}{2}+\frac{50}{2}\right)$

$24+25$

GRK

✶ పైథాగోరియన్ త్రికాలు:

* a,b,c లు మూడు ధనపూర్ణ సంఖ్యలు అయిన $a^2+b^2=c^2$ అయితే a,b,c లను "పైథాగోరియన్ త్రికాలు" అంటారు.
* a,b,c లకు 1 తప్ప వేరే ఉమ్మడి కారణాంకం లేకపోతే (a,b,c) ని ప్రాథమిక త్రికం అంటారు.
* 1 కంటే ఎక్కువ గల సహజ సంఖ్య n యొక్క పైథాగోరియన్ త్రికం $(2n,n^2-1,n^2+1)$.

ఉదా : $(3,4,5)$, $(5,12,13)$, $(8,15,17)$, $(6,8,10)$, $(7,24,25)$ మొ॥ పైథాగోరియన్ త్రికములు.

* రెండు వరుస త్రిభుజ సంఖ్యల మొత్తం ఒక వర్గ సంఖ్య అవుతుంది. త్రిభుజ సంఖ్యలు : 1,3,6,10,15,21.....మొ॥

ఉదా : $1+3=4=2^2$

$3+6=9=3^2$ మొ॥

* రెండు వరుస బేసి సంఖ్యల లబ్ధంనకు 1 కలిపితే వచ్చే ఫలితం ఆ రెండు సంఖ్యల మధ్యగల సరిసంఖ్య వర్గమునకు సమానము.

$$\boxed{(2n-1)(2n+1)+1=(2n)^2}$$

ఉదా : $1\times 3+1=3+1=4=2^2$

$5\times 7+1=35+1=36=6^2$

* రెండు వరుస సరి సంఖ్యల లబ్ధంనకు 1 కలిపితే వచ్చే ఫలితం ఆ రెండు సంఖ్యల మధ్యగల బేసి సంఖ్య వర్గమునకు సమానము.

$$\boxed{(2n)\times(2n+2)+1=(2n+1)^2}$$

ఉదా : $2\times 4+1=8+1=9=3^2$

$6\times 8+1=48+1=49=7^2$

★ **<u>వర్గ మూలము</u>** : ఒక వర్గ సంఖ్యను సమాన కారణాంకాల లబ్దంగా వ్రాసిన ఆ కారణాంకాన్ని వర్గ సంఖ్యకు "వర్గమూలం" అంటారు. వర్గ మూలం నకు గుర్తు $\sqrt{\ }$.

$\therefore a \times a = b$ (లేదా) $a^2 = b$ ఇందు 'a'ను 'b' యొక్క "వర్గమూలం" అంటారు.

ఉదా : $5 \times 5 = 25$

25యొక్క వర్గమూలం $= \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = \underline{5}$

* ధన వర్గమూలాన్ని "ప్రధాన వర్గమూలం" అంటారు.
* పరిపూర్ణ వర్గ సంఖ్యల వర్గమూలమును పునరావృత వ్యవకలనం ద్వారా సులభంగా కనుగొనవచ్చు.

ఉదా : 16 వర్గమూలం

$16 - 1 = 15$

$15 - 3 = 12$

$12 - 5 = 7$

$7 - 7 = 0$

$\therefore \sqrt{16} = 4$ (మొత్తం వరుసల సంఖ్య)

★ **<u>ఘన సంఖ్యలు</u>** : ఒక సంఖ్య యొక్క ఘాతాంకం '3' అయిన ఆ సంఖ్యను "ఘనం" అంటారు.

$\therefore a^3 = a \times a \times a$

1,8,27,64......... లను "ఘన సంఖ్యలు" లేదా "పరిపూర్ణ ఘనాలు" అంటారు.

గమనిక: ఒక సంఖ్యను అదే సంఖ్యచే మూడు సార్లు గుణించగా వచ్చు సంఖ్యను "ఘనము" అంటారు.

'n' వరుస బేసి సంఖ్యలను కూడగా వచ్చే మొత్తం n^3 అవుతుంది.

GRK

ఉదా : $3 + 5 = 8 = 2^3$

* 1 మరియు 100 మధ్యగల సంపూర్ణ ఘనసంఖ్యలు :4 అవి 1,8,27,64.
* 1 మరియు 500 మధ్యగల సంపూర్ణ ఘనసంఖ్యలు : 7 అవి 1,8,27,64,125,216,343
* 1 మరియు 1000 మధ్యగల సంపూర్ణ ఘనసంఖ్యలు : 9 అవి 1,8,27,64,125,216,343,512,729
* 500 మరియు 1000 మధ్యగల సంపూర్ణ ఘనసంఖ్యలు : 2 అవి 512 మరియు 729
* రెండు వరుస ఘన సంఖ్యల భేదం ఆ రెండు సంఖ్యల లబ్దంను 3 రెట్లు చేసి 1 కలుపగా వచ్చే మొత్తంనకు సమానం.

ఉదా : $3^3 - 2^3 = 3(3 \times 2) + 1$

$27 - 8 = 3(6) + 1$

$19 = 18 + 1$

$19 = 19$

$LHS = RHS$

* మొదటి 'n' సహజ సంఖ్యల ఘనాల మొత్తం ఆ సహజ సంఖ్యల మొత్తం వర్గమునకు సమానము.

$i.e.\ 1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = (1 + 2 + 3 + ... + n)^2$

★ **<u>ఘన మూలము</u> :** ఒక ఘన సంఖ్యను మూడు సమాన కారణాంకాల లబ్దంగా వ్రాసిన ఆ కారణాంకాన్ని ఘన సంఖ్యకు "ఘనమూలం" అంటారు. ఘనమూలంనకు గుర్తు $\sqrt[3]{\ }$

"$a \times a \times a = b$" లేదా "$a^3 = b$" లేదా "$\sqrt[3]{b} = a$" ఇందు 'a'ను b యొక్క "ఘనమూలం" అంటారు.

ఉదా : $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$

64 యొక్క ఘనమూలం $= \sqrt[3]{64}$

$= \sqrt[3]{4^3}$

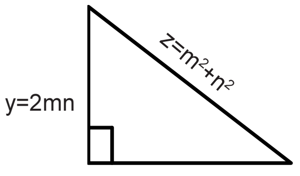
$= 4$

* "వర్గ సంఖ్య" మరియు "ఘనసంఖ్య" అగు రెండంకెల సంఖ్య $= 64$

$64 = 8^2$

$64 = 4^3$

✶ **<u>నిత్య త్రిభుజము</u>** : ఒక లంబకోణ త్రిభుజపు అన్ని భుజాల కొలతలు పూర్ణాంకాలుగా ఇచ్చే సూత్రము డైఫ్యాంటెన్ కాలనికే అనే గ్రీకు శాస్త్రవేత్త పరిచయం చేశాడు.



ఉదా :

m	n	$x = m^2 - n^2$	$y = 2mn$	$z = m^2 + n^2$
2	1	3	4	5
3	2	5	12	13
5	2	21	20	29
4	3	7	24	25
4	1	15	8	27
3	1	8	6	10

GRK

వీటినే "పైథాగోరియన్ త్రికములు" అని కూడా అంటారు.

<u>సంఖ్యలతో ఆడుకుందాం</u>

* **<u>అంకెల స్థాన విలువ, విస్తరణ రూపం :</u>**

→ $645 = 600 + 40 + 5$

$= 6(100) + 4(10) + 5(1)$

→ <u>7</u>894 లో 7స్థాన విలువ = 7000

ముఖ విలువ $= 7$

→ $ab = 10a + b$

$abc = 100a + 10b + c$

→ $ab\underline{c}de$ లో c యొక్క స్థానవిలువ $= 100c$

→ $100x + 10y + z = xyz$

* **<u>కారణాంకాలు, గుణిజములు :</u>**

→ ఒక సంఖ్యను నిశ్శేషంగా భాగించే సంఖ్యలను ఆ సంఖ్య యొక్క "కారణాంకాలు" అంటారు.

ఉదా : 36 యొక్క కారణాంకాలు = 1, 2, 3, 4, 6, 9, 18, 36, 12

15 యొక్క కారణాంకాలు = 1, 3, 5, 15

→ ప్రతి కారణాంకము ఇచ్చిన సంఖ్య కంటే తక్కువ లేక సమానంగా ఉంటుంది.

→ ప్రతి సంఖ్యా దానికదే కారణాంకము అవుతుంది. '1' ప్రతి సంఖ్యకు కారణాంకం అవుతుంది.

→ ఒక సంఖ్యచే విశ్శేషంగా భాగించబడే సంఖ్యలను ఆ సంఖ్య యొక్క "గుణిజాలు" అంటారు.

ఉదా : 3 యొక్క గుణిజాలు $= 3,6,9,12,.......$

4 యొక్క గుణిజాలు $= 4,8,12,16,.......$

→ '1' తప్ప మిగిలిన సహజ సంఖ్యలలో '1' మరియు అదే సంఖ్య తప్ప వేరే ఇతర కారణాంకాలు లేకుంటే, ఆ సంఖ్యలను "ప్రధాన సంఖ్యలు" అంటారు.

ఉదా : 2,3,5,7,11,.......... మొ॥నవి.

→ ఒక సంఖ్యకు రెండు కంటే ఎక్కువ కారణాంకాలు ఉంటే వాటిని "సంయుక్త సంఖ్యలు" అంటారు.

'1' ప్రధాన సంఖ్య కాదు, సంయుక్త సంఖ్య కాదు.

* <u>కారణాంకాల సంఖ్యను కనుగొనుట :</u>

1) ఒక సంఖ్యను ప్రధాన కారణాంకాల లబ్దముగా వ్రాయగా,

$N = 2^a \times 3^b \times 5^c..........$ అయిన

కారణాంకాల సంఖ్య $= (a+1)(b+1)(c+1)...........$

ఉదా : 36 యొక్క కారణాంకాల సంఖ్యను కనుగొనండి.

$36 = 2^2 \times 3^2$

36 యొక్క కారణాంకాల సంఖ్య

$= (2+1)(2+1)$

$= 3 \times 3$

$= 9$

GRK

ఒక సంఖ్యకు అనంతమైన గుణిజములు ఉంటాయి.

* <u>భాజనీయతా సూత్రాలు :</u>

<u>2 యొక్క భాజనీయతా నియమము</u>

ఒక సంఖ్య యొక్క ఒకట్ల స్థానంలో '0' లేదా '2' లేదా '4' లేదా '6' లేదా '8' అంకెలు ఉండాలి.

ఉదా : 23468 - ఒకట్ల స్థానంలోని అంకె 8. కావున '2' చే భాగింపబడుతుంది.

మూడు అంకెల సంఖ్య $= abc$ (అనుకొనుము)

$$abc = 100a + 10b + c$$
$$= \underbrace{2(50a + 5b)}_{2 \text{ గుణిజం}} + c$$

'abc' '2' చే భాగింపబడాలి అంటే c విలువ '0' లేదా '2' లేదా '4' లేదా '6' లేదా '8' అవ్వాలి.

<u>3 యొక్క భాజనీయతా నియమము</u> ఒక సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తం '3' యొక్క గుణిజం కావాలి.

ఉదా : 378, అంకెల మొత్తం $= 3 + 7 + 8 = 18$ (3 గుణిజం) కావున 378, 3చే భాగింపబడుతుంది.

→ abc మూడంకెల సంఖ్య అనుకొనుము

$$abc = 100a + 10b + c$$
$$= 99a + 9b + a + b + c$$
$$= \underbrace{3(33a + 3b)}_{2 \text{ గుణిజం}} + (a + b + c)$$

'abc' :3' చే భాగింపబడాలి అంటే $(a+b+c)$ విలువ 3 యొక్క గుణిజం కావాలి.

ఉదా $24c$, 3చే భాగింపబడాలి అంటే యొక్క కనిష్ఠ విలువ ....

Ans. అంకెల మొత్తం $=2+4+c$

$=6+c$

అంకెల మొత్తం '3' యొక్క గుణిజం కావాలంటే యొక్క కనిష్ఠ విలువ 0.

* <u>4 యొక్క భాజనీయతా నియమము</u> ఒక సంఖ్యలోని ఒకట్లు, పదుల స్థానంలోని సంఖ్య '4'చే భాగింపబడితే ఆ సంఖ్య '4' చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

ఉదా : 378416 సంఖ్యలోని ఒకట్లు, పదుల స్థానంలో సంఖ్య (4చే భాగింపబడుతుంది.)

కావున ఇచ్చిన సంఖ్య 378416, 4 చే భాగింపబడుతుంది.

→ $abcd$ ఒక నాలుగు అంకెల సంఖ్య అయిన,

$abcd = 1000a + 100b + 10c + d$

$= \underbrace{4(250a+25b)}_{4\text{ యొక్క గుణిజం}} + \underbrace{10c+d}_{4\text{ యొక్క గుణిజం అవ్వాలి}}$

Ex. 1. 94689a6, 4చే భాగింపబడాలి అంటె 'a' యొక్క కనిష్ఠ విలువ ఎంత ?

Ans. 94689a6 లో ఒకట్లు, పదుల స్థానంలో సంఖ్య $= a6$

ఒకట్ల స్థానంలో '6' ఉండే 4 గుణిజాలు $= 16, 36, 56, 76, 96$

$\therefore a$ యొక్క కనిష్ఠ విలువ $=1$

a యొక్క గరిష్ఠ విలువ $=9$

2. $378A3460$, 4చే భాగింపబడాలి అంటే 'A' యొక్క కనిష్ఠ విలువ $=0$, గరిష్ఠ విలువ $=9$

GRK

* <u>**5 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం :**</u>

ఒక సంఖ్యలోని ఒకట్ల స్థానంలో '0' లేదా '5' ఉంటే ఆ సంఖ్య '5'చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

ఉదా : 1. 34789<u>5</u>, ఒకట్ల స్థానంలో '5' ఉంది. కావున '5' చే భాగింపబడుతుంది.

2. 45678A, సంఖ్య '5'చే భాగింపడాలంటే A యొక్క కనిష్ఠ విలువ 0.

3. 346786, సంఖ్య '5'చే భాగింపడాలంటే, కలపవలసిన కనిష్ఠ సంఖ్య ఎంత

Ans. $346786 + 4 = 346790$

4. $6B$ ను '5'తో భాగించిన '1' శేషము వచ్చును. అయిన B కు ఏమీ విలువలు ఉండవచ్చును 1 లేదా 6.

5. $76C$ ను 5తో భాగించిన '2' శేషము వచ్చును. అయిన 'C' యొక్క గరిష్ఠ విలువ = 7

* <u>**6 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం :**</u>

ఒక సంఖ్య '2' మరియు '3'లచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడితే, ఆ సంఖ్య '6'చే భాగింపబడుతుంది.

ఉదా : 1. 378642

378642, సరిసంఖ్య కావున '2'చే భాగింపబడుతుంది.

$3+7+8+6+4+2=30$ (3 గుణిజం) కావున '3'చే భాగింపబడుతుంది.

$\therefore$ ఇచ్చిన సంఖ్య '6' చే భాగింపబడుతుంది.

2. ABC, '6'చే భాగింపబడాలంటే $A+B+C$ యొక్క కనిష్ఠ విలువ $=3$

(ABC ఒక మూడంకెల సంఖ్య)

* **7 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం :**

* ABC ఒక మూడంకెల సంఖ్య అయిన,

$$ABC = 100A + 10B + C$$
$$= \underbrace{7(14A + B)}_{7\ \text{గుణిజం}} + \underbrace{(2A + 3B + C)}$$

ABC, 7చే భాగింపబడాలంటే $"2A + 3B + C"$ విలువ 7 యొక్క గుణిజం కావాలి

ఉదా : 1. $343 \rightarrow 2A + 3B + C = 2(3) + 3(4) + 3$

$= 6 + 12 + 3$

= 21 (7 గుణిజం)

కావున '343', '7' చే భాగింపబడుతుంది.

2 $99C$:7' భాగింపడాలంటే A యొక్క కనిష్ఠ విలువ $= 4$

$99C$, $2A + 3B + C = 2(9) + 3(9) + C$

$= 18 + 27 + C$

$= 45 + C$

45 కు దగ్గరగా గల 7 యొక్క గుణిజం $= 49$

$= 45 + C = 49$

$C = 49 - 45$

$C = 4$

* **8 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం :**

ఒక సంఖ్యలోని ఒకట్లు, పదులు, వందల స్థానంలోని సంఖ్య '8'చే భాగింపబడితే ఆ సంఖ్య '8'చే భాగింపబడుతుంది.

GRK

ఉదా : 1. 3786436

436, 8చే భాగింపబడలేదు

కావున 3786436, '8'చే భాగింపబడదు.

Note : $ABCD$ ఒక నాలుగు అంకెల సంఖ్య అయిన, $(4B + 2C + D)$ విలువ 8 గుణిజం అయితే " $ABCD$;;8 చే భాగింపబడుతుంది. (గుణిజం కావాలి.)

ఉదా : 1. 7752,

$4B + 2C + D = 4(7) + 2(5) + 2 = 28 + 10 + 2 = 40$ (8 గుణిజం)

కావున 7752, 8చే భాగింపబడుతుంది.

2 $36874A$, 8చే భాగింపబడిన, A విలువ $= 4$

$4a + 2b + c = 4(7) + 2(4) + A$

$= 28 + 8 + A$

$= 36 + A$

36 కు దగ్గరగా గల '8' గుణిజం 40

$\rightarrow 36 + A = 40$

$A = 40 - 36$

$= 4$

* **9 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం :**

ఒక సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తం '9' యొక్క గుణిజం అయితే, ఆ సంఖ్య '9'చే భాగింపబడుతుంది.

ఉదా : 1. 8378649 $\Rightarrow 8+3+7+8+6+4+9=45$ (9 గుణిజం)

కావున, 8378649, 9చే భాగింపడుతుంది.

2. $34A$, 9చే భాగింపబడాలంటే A యొక్క గరిష్ఠ విలువ = 2

$3+4+A=7+A$ (7 దగ్గరగా గల 9 గుణిజాలు $=9,18,.....$)

$7+A=9$ $\quad$ $7+A=18$

$A=9-7$ $\quad$ $A=18-7$

$A=2$ $\quad$ $A=11$

$\therefore A$ యొక్క విలువ $=2$

* **10 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం :**

ఒక సంఖ్యలోని ఒకట్ల స్థానంలో "0" ఉంటే అది "10" చే భాగింపబడుతుంది.

ఉదా : 6780, 10చే భాగింపబడుతుంది.

36891, 10చే భాగింపబడదు.

* **11 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం :**

ఒక సంఖ్యలోని సరి స్థానములలోని అంకెల మొత్తం మరియు బేసి స్థానములోని అంకెల మొత్తంల బేధము '11' యొక్క గుణిజము లేక '0' అయిన ఆ సంఖ్య '11'చే భాగింపబడును.

ఉదా : $61809 \rightarrow 6+8+9=23$

$1+0=_{(-)}1$

$\overline{22}$ (11 గుణిజం)

GRK

కావున 61809, 11 చే భాగింపబడును.

* పాలిండ్రోమ్ సంఖ్యలు అన్ని '11'చే భాగింపబడతాయి.
* ఒక మూడు అంకెల సంఖ్యను రెండుసార్లు రాయగా వచ్చే సంఖ్య '11'చే భాగింపబడుతుంది.
* $10^{2n}-1(\forall n \in N)$ సంఖ్య 9,11,లచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

ఉదా : $10^{2n}-1=10^{10}-1$ (If $n=5$)

$=10000000000-1$

$=9999999999$ (9,11లచే భాగింపడుతుంది)

* $a^n+b^n,(a+b)$ చే భాగింపబడుతుంది. (n బేసి సంఖ్య అయినపుడు)
* $a^n-b^n,(a-b)$ చే భాగింపబడుతుంది. $[\forall n \in N]$

ఉదా : $3^{11}+2^{11}$, ను భాగించే సంఖ్య 5

* $(a^{2n+1}+b^{2n+1}),(a+b)$తో నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.
* 'a' అను సంఖ్య 'b'చే భాగింపబడిన అది 'b' యొక్క అన్ని కారణాంకాలచే భాగింపబడును.

ఉదా : 24, 12 చే భాగింపబడుతుంది. అదే విధంగా 12 యొక్క కారణాంకాలు 1,2,3,4,6,12లచే కూడా 24 భాగింపబడుతుంది.

* a,b లు $'c'$ చే భాగింపడిన, $(a+b)$ కూడా $'c'$ తో భాగింపబడుతుంది.
* a,b లు $'c'$ చే భాగింపడిన, , $(a-b)$ కూడా $'c'$ తోభాగింపబడుతుంది.
* $"abcabc"$ ఆరు అంకెల సంఖ్య 7,13,11లచే భాగింపబడుతుంది.

ఉదా :
$$243243 = 243000 + 243$$
$$= 243(1000+1)$$
$$= 243(1001)$$
$$= 243(7 \times 11 \times 13)$$

* $1+2+3+......+n = \frac{n(n+1)}{2}$ (n వరుస సహజ సంఖ్యల మొత్తం)
* n వరుస బేసి సంఖ్యల మొత్తం $= n^2$

ఉదా :
$$1+3+5+7+9 = 5^2 = 25$$
$$1+3+5+.......99 = 50^2 = 2500$$

* n వరుస సరి సంఖ్యల మొత్తం $= n(n+1)$

ఉదా :
$$2+4+6+8+10 = 5(6) = 30$$
$$2+4+6+.......100 = 50 \times 51 = 2550$$

* 1 నుండి 100 వరకు 5 చే భాగింపబడు సంఖ్యల మొత్తం = __________

Ans. $5+10+.............+100 = 5(1+2+.......20)$
$$= \frac{5 \times 20 \times 21}{2}$$
$$= 1050$$

* 50 నుండి 85 వరకు గల 5చే భాగింపబడు సంఖ్యల మొత్తం = __________

Ans. $= (5+10+15+........+85) - (5+10+.......45)$
$$= 5(1+2+.......+17) - 5(1+2+........+9)$$
$$= \frac{5 \times 17 \times 18}{2} - \frac{5 \times 9 \times 10}{2} = 5 \times 9(17-5) = 5 \times 9 \times 12 = 540$$

GRK

సాధించిన సమస్యలు

1. రెండు అకరణీయ సంఖ్యల మొత్తం $\frac{-3}{5}$ అందులో ఒక సంఖ్య $\frac{-9}{20}$ అయిన రెండవ సంఖ్య కనుగొనుము?

సాధన. రెండు సంఖ్యల మొత్తం $= \frac{-3}{5}$

మొదటి సంఖ్య $= \frac{-9}{20}$

రెండవ సంఖ్య x అనుకొనిన

$$x + \left(\frac{-9}{20}\right) = \frac{-3}{5}$$

$$x = \frac{-3}{5} - \left(\frac{-9}{20}\right)$$

$$x = \frac{-3}{5} + \frac{9}{20} = \frac{-12+9}{20} = \frac{-3}{20}$$

2. $\frac{3}{-14}$ ను ఏ సంఖ్యచే గుణించిన లబ్ధం $\frac{5}{12}$ అగును

సాధన. గుణించవలసిన సంఖ్య x అనుకొనుము

$$\frac{3}{-14} \times x = \frac{5}{12}$$

$$x = \frac{5}{12} \times \frac{-14}{3} = \frac{-35}{18}$$

3. ఖచ్చిత వర్గమయ్యే 5 అంకెల గరిష్ఠ సంఖ్యను కనుగొనుము.

GRK

సాధన. ముందుగా 5 అంకెల గరిష్ట సంఖ్య 99999ను భాగాహార పద్ధతిన వర్గమూలము కనుగొను పద్ధతిన సాధించగా

3	99999	316
	9	
61	99	
	61	
626	3899	
	3756	
	143	

5 అంకెల గరిష్ఠ వర్గ సంఖ్య $= 99999 - 143 = 99856$

4. 1600ను ఏ కనిష్ఠ సంఖ్యచే భాగించిన పరిపూర్ణ ఘనం అగును.

సాధన. 1600ను ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంగా వ్రాసిన

$$1600 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times 5 \times 5$$

భాగించవలసిన కనిష్ఠ సంఖ్య $= 5 \times 5$

$= 25$

5. $\frac{-3}{8} \times \frac{-7}{13}$ యొక్క గుణకార విలోమము కనుగొనుము.

ఉదా $\frac{-3}{8} \times \frac{-7}{13} = \frac{21}{104}$

గుణకార విలోమము $=\frac{104}{21}$

6. $\frac{23}{2^5\times5^7}$ అంతమయ్యే దశాంశము అగునా ?

సాధన. ఒక భిన్నము యొక్క కనిష్ఠ రూపములోని హారానికి 2 మరియు 5 తప్ప మరే ప్రధాన కారణాంకాలు లేకుంటే అది అంతమయ్యే దశాంశము అగును.

$\frac{23}{2^5\times5^7}$ అంతమయ్యే దశాంశము అగును

7. ఒక తరగతిలోని 60 మంది విద్యార్థులలో $\frac{1}{3}$ వ వంతు బాలికలు అయిన ఆ తరగతిలో బాలురు ఎందరు ?

సాధన తరగతిలోని మొత్తం విద్యార్థులు = 60 మంది

బాలికల సంఖ్య $=\frac{1}{3}\times60=20$ మంది

బాలుర సంఖ్య $=60-20$

$=40$ మంది

8. ఈ క్రింది వానిని అకరణీయ సంఖ్యా రూపములో వ్రాయండి.

సాధన. $(i)5.\overline{2}$ $(ii)6.\overline{28}$ $(iii)0.3\overline{75}$

(i) $5.\overline{2}=\frac{52-5}{9}=\frac{47}{9}$

(ii) $6.\overline{28}=\frac{628-6}{99}=\frac{622}{99}$

(iii) $0.3\overline{75}=\frac{375-3}{990}=\frac{372}{990}$

GRK

9. $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)........\left(1-\frac{1}{n}\right)$ సూక్ష్మీకరింపుము.

ఉదా : . $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)........\left(1-\frac{1}{n}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}.......\times\frac{n-1}{n}=\frac{1}{n}$

10. $4^{24}.25^{24}$ సంఖ్యలోని అంకెల సంఖ్య కనుగొనుము.

ఉదా : $4^{24}.25^{24}=(4.25)^{24}=(100)^{24}=(10^2)^{24}=10^{48}$

$4^{24}.25^{24}$ సంఖ్యలో 49 అంకెలుంటాయి.

11. $\sqrt{576}=24$ అయిన $\sqrt{5.76}+\sqrt{0.0576}$ విలువ కనుగొనుము.

ఉదా. $\sqrt{5.76}+\sqrt{0.0576}=2.4+0.24=2.64$

12 3^{1997} సంఖ్యలో చివరి అంకె ఎంత ?

ఉదా

$3^1=3$

$3^2=9$

$3^3=27$

$3^4=81$

$3^5=243$

3 యొక్క ఘాతవిలువలోని చివరి అంకె పునరావృతమయ్యే పరిమాణము 4 కావున

$3^{1997} = 3^{4\times(499)+1}$

3^{1997} సంఖ్యలో చివరి అంకె $= 3$

13. $2\frac{1}{2}+3\frac{5}{7}\times\frac{3}{13}-\frac{1}{2}\div 4$ సూక్ష్మీకరింపుము.

సాధన. $2\frac{1}{2}+3\frac{5}{7}\times\frac{3}{13}-\frac{1}{2}\div 4 = \frac{5}{2}+\frac{26}{7}\times\frac{3}{13}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}$

$= \frac{5}{2}+\frac{6}{7}-\frac{1}{8}$

$= \frac{140+48-7}{56} = \frac{188-7}{56} = \frac{181}{56} = 3\frac{13}{56}$

14. If $x = \frac{1}{2}$ అయిన $x+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{x}}}$ విలువ కనుగొనుము.

సాధన. $x+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{x}}} = \frac{1}{2}+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+2}} = \frac{1}{2}+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3}}$

$= \frac{1}{2}+\cfrac{1}{\cfrac{4}{3}} = \frac{1}{2}+\frac{3}{4} = \frac{5}{4}$

GRK

15. $\frac{4}{5},\frac{5}{6},\frac{9}{10}$ ల గ.సా.కా కనుగొనుము.

భిన్నాల గ.సా.కా. = $\dfrac{\text{లవముల గ.సా.కా..}}{\text{హారముల క.సా.గు}}$ = $\dfrac{\text{4, 5, 9 గ.సా.కా}}{\text{5, 6, 10 క.సా.గు}}$ = $\dfrac{1}{30}$

Practice Bits Level - 1

1. ఈ క్రింది వానిలో సరికానిది ? ( )

A) $a \div a = 1$ B) $0 \div a = 0$ C) $a \div 0 = 0$ D) $a \div -1 = -a$

2. ఈ క్రింది వానిలో విలోమ ధర్మమును సూచించునది ? ( )

A) $a + b = b + a$ B) $a + 0 = a$ C) $a + (-a) = 0$ D) $a(b + c) = ab + ac$

3. సరియైన దానిని గుర్తించుము. ( )

p)	$a + b = b + a$	i)	విభాగ న్యాయము
q)	$(a+b)+c = a+(b+c)$	ii)	తత్సమన్యాయము
r)	$a(b+c) = ab + ac$	iii)	వినిమయం
s)	$a + 0 = a$	iv)	సహచర న్యాయము

A) p – iv, q – iii, r – i, s – ii B) p – iii, q – iv, r – i, s – ii

C) p – iii, q – i, r – iv, s – ii D) p – iv, q – i, r – iii, s – ii

4. ఈ క్రింది వానిలో సంకలన తత్సమాంశము లేని సమితి ? ( )

A) N B) W C) Z D) Q

5. ఈ క్రింది వానిలో భాగాహారం దృష్ట్యా సంవృత ధర్మాన్ని పాటించునది ? ( )

A) N B) W C) Z D) Q

6. a, b లు రెండు అకరణీయ సంఖ్యలయిన వాటి మధ్యనుండే అకరణీయ సంఖ్య ? ( )

A) $\frac{a+b}{2}$ B) $a + b$ C) $2a + b$ D) $(a+b)(a-b)$

7. ఒక ప్రాంతంలో ఉష్ణోగ్రత చల్లబడుతూ గది ఉష్ణోగ్రత 50^oC నుండి ప్రతి గంటకు 3^oC చొప్పున తగ్గుతూవుంది. అయిన రోజులో $\frac{3}{4}$ వంతు వరకు ఇదే విధముగా తగ్గుతూ వచ్చిన $\frac{3}{4}$ రోజు తరువాత ఉష్ణోగ్రత ఎంత ? ( )

A) 14^oC B) -4^oC C) -22^oC D) -12^oC

GRK

8. ఒక పరీక్షలో 8 ప్రశ్నలు కలవు. ప్రతి సరియైన సమాధానానికి 5 మార్కులు మరియు తప్పు సమాధానానికి (-2) మార్కులు ఇవ్వడం జరిగినది. అలాగే వ్రాయని ప్రశ్నకి '0' మార్కులు కేటాయించడం జరిగినది. రవి అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాసిన వాటిలో 3 తప్పు అయినవి. అయిన రవికి వచ్చిన మార్కులు ఎన్ని ? ( )

A) 25 B) 5 C) 19 D) 17

9. ఒక ఎలివేటర్ నిమిషానికి 5మీ లోతుకు వెళుతుంది. అయితే ఇది నేల మట్టానికి 50 మీ ఎత్తునుండి ప్రారంభమయిన -255 మీ లోతుకు వెళ్ళుటకు పట్టే కాలము నిమిషాలలో .... ( )

A) 51 B) 53 C) 55 D) 61

10 $a = (-1) \times (-1) \times (-1) \times ....100$ సార్లు $b = (-1) \times (-1) \times (-1) \times ....99$ అయిన $a + b$.......... ( )

A) -1 B) -2 C) 0 D) 1

11. $9\frac{4}{5}$ ను ఏ సంఖ్యచే గుణించగా 42 వస్తుంది. ( )

A) $\frac{30}{7}$ B) $\frac{7}{30}$ C) $4\frac{1}{7}$ D) $4\frac{3}{7}$

12. ఒక బకెట్‌లో $24\frac{3}{4}$ లీటర్ల నీరు కలదు. ఈ నీటిని ఖాళీచేయుటకు $\frac{3}{4}$ లీటర్ల జగ్గులను ఎన్నింటిని నింపవచ్చు.

A) 35 B) 33 C) 37 D) 29 ( )

13. రెండు సంఖ్యల లబ్ధం $20\frac{5}{7}$ వానిలో ఒక సంఖ్య $6\frac{2}{3}$ అయిన రెండవ సంఖ్య ఎంత ? ( )

A) $3\frac{5}{28}$ B) $3\frac{7}{28}$ C) $3\frac{3}{28}$ D) $2\frac{3}{28}$

14. ఈ క్రింది వానిలో ఏది అసత్యము. ( )

A) సహజ సంఖ్యలన్నీ అకరణీయ సంఖ్యలు B) పూర్ణ సంఖ్యలన్నీ పూర్ణాంకాలగును

C) పూర్ణాంకాలన్నీ అకరణీయ సంఖ్యలవుతాయి D) పూర్ణాంకాలన్నీ సహజ సంఖ్యలు కావు

15. ఒక కారు 1 లీటరు పెట్రోలుతో 16 కి.మీ. ప్రయాణించగలదు. అయిన $2\frac{3}{4}$ లీటర్ల పెట్రోలుతో ప్రయాణించగల దూరం .... ( )

A) 55 కి.మీ B) 45 కి.మీ C) 48కి.మీ D) 44 కి.మీ

16. ఒక పండ్ల వ్యాపారి ఒక్కొక్క నారింజను $5\frac{1}{4}$ రూపాయలకు అమ్మగా 630 రూపాయలు పొందిన అతను ఎన్ని డజన్ల నారింజలను అమ్మాడు ? ( )

A) 10 B) 12 C) 14 D) 8

17 పూర్ణాంకాలు గుణకారం దృష్ట్యా పాటించే ధర్మము .... ( )

A) సంవృత ధర్మము B) వినిమయ ధర్మము C) సహచర ధర్మము D) పైవన్నీ

18. $-1+2-3+4-5+6.........-2017+2018$ విలువ? ( )

A) 4036 B) 1009 C) గి1008 D) 0

19. ఈ క్రింది వానిలో ఏది సత్యము ? ( )

A) $130 \div 0 = 0$ B) $150 \div 1 = 50$ C) $0 \times 130 = 0$ D) $150 \times 1 = 151$

20. ఒక ఫ్యాను సెకనుకి 5 భ్రమణాలు పూర్తిచేసిన ఒకరోజులో ఫ్యాను చేసిన భ్రమణాల సంఖ్య (రోజులో 2 గంటలు కరెంటు కోత విధించబడినది.) ( )

A) 396000 B) 39600 C) 395000 D) 398000

GRK

21. ఒక దీర్ఘ చతురస్ర పొడవు 5.7 సెం.మీ. మరియు వెడల్పు 3.5 సెం.మీ. అయిన వైశాల్యం ? ( )

A) $19.25\,cm^2$ B) $19.95\,cm^2$ C) $18.95\,cm^2$ D) $17.95\,cm^2$

22. ఒక కారు 2.2 గంటలలో 89.1 కి.మీ ప్రయాణించగలదు. అయిన 1 గంటలో ప్రయాణించే దూరం? ( )

A) 38.5 కి.మీ B) 27.5 కి.మీ C) 40.5 కి.మీ D) 44.5 కి.మీ

23. 0.48 ను $\frac{p}{q}$ రూపంలో కనిష్ఠ పదాలలో వ్రాయగా $p+q=........$ ( )

A) 148 B) 74 C) 37 D) 147

24. $\frac{-3}{7}=\frac{x}{35}$ అయిన x విలువ .... ( )

A) 15 B) 21 C) గి15 D) గి21

25. $\frac{-5}{8}$ కు ఎంత కలిపిన $\frac{5}{9}$ వచ్చును. ( )

A) $\frac{85}{72}$ B) $\frac{72}{75}$ C) $\frac{-82}{75}$ D) $\frac{12}{85}$

26. $x=\frac{2}{3},\ y=\frac{3}{2}$ అయిన $(x+y)\div(x-y)$ విలువ ? ( )

A) $\frac{12}{5}$ B) $\frac{17}{5}$ C) $\frac{-12}{5}$ D) $\frac{-13}{5}$

27. రెండు సంఖ్య మొత్తము $\frac{-4}{2}$ అందులో ఒక సంఖ్య -5 అయిన వేరొక సంఖ్య ? ( )

A) $\frac{20}{3}$ B) $\frac{11}{3}$ C) $\frac{14}{3}$ D) $\frac{16}{3}$

28. $\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{3}\right)$ నుండి ఎంత తీసివేసిన $\frac{-1}{6}$ వచ్చును. ( )

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$

29. $\frac{-13}{5}$ మరియు $\frac{12}{7}$ ల మొత్తాన్ని $\frac{-31}{7}$ మరియు $\frac{-1}{2}$ ల లబ్ధంతో భాగించగా.......

అందులో ఒక సంఖ్య -5 అయిన వేరొక సంఖ్య ? ( )

A) $\frac{-2}{5}$ B) $\frac{-7}{5}$ C) $\frac{12}{5}$ D) $\frac{-20}{3}$

30. $0.\overline{2}+0.\overline{23}=$.......... ( )

A) $0.\overline{43}$ B) $0.\overline{45}$ C) $0.4\overline{3}$ D) $0.4\overline{5}$

31. ఈ క్రింది వానిలో అంతమయ్యేది? ( )

A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{17}{6}$ C) $\frac{54}{99}$ D) $\frac{37}{5}$

32. ఒక దీర్ఘ చతురస్ర పొడవు మరియు వెడల్పులు వరుసగా $8\frac{3}{5}$ మరియు $8\frac{2}{3}$ అయిన చుట్టుకొలత? ( )

A) $32\frac{6}{15}$ B) $30\frac{4}{15}$ C) $34\frac{8}{15}$ D) $36\frac{8}{15}$

33. 0.454545........ ను $\frac{p}{q}$ రూపంలో వ్రాయగా $p+q$ .... ( )

A) 15 B) 16 C) 13 D) 17

GRK

34. $\frac{2}{3},\frac{4}{7},\frac{8}{11}$ మరియు $\frac{5}{9}$ లలో కనిష్ఠ విలువ ? ( )

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{4}{7}$ C) $\frac{8}{11}$ D) $\frac{5}{9}$

35. $x=(-23)+22+(-23)+22$........ 40 పదాలు మరియు $y=11+(-10)+11+(-10)+$......... 20 పదాలు అయిన $y-x=$.......... ( )

A) 40 B) 10 C) 20 D) 30

36. $x=(-1)^{2018};\ y=(1)^{2018}$ మరియు $x+y=z$ అయిన $x+y+z=$........... ( )

A) 0 B) 2 C) 4 D) 3

37. ఒక రిజర్వాయర్‌లో ప్రతిరోజు నీటిమట్టము 4 అడుగులు పెరిగి 3 అడుగులు తగ్గుతుంది. రిజర్వాయర్‌లో ముందే 3 అడుగులు నీరు వున్న 10 రోజుల తరువాత రిజర్వాయర్‌లో నీటిమట్టము ఎంత ? ( )

A) 10 అడుగులు B) 13 అడుగులు C) 6 అడుగులు D) 14 అడుగులు

38. $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}+\frac{5}{6}+\frac{7}{8}+\frac{9}{10}=$......... ( )

A) $\frac{463}{110}$ B) $\frac{462}{119}$ C) $\frac{463}{120}$ D) $\frac{463}{119}$

39. $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}$ అయిన $\frac{4}{5}+\frac{y-x}{y+x}$ విలువ ? ( )

A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) 1 D) $\frac{6}{5}$

40. గురు ఒక పుస్తకంలో $\frac{3}{5}$ వ భాగం చదివిన ఇంకా 80 పేజీలు చదవవలసియున్నది. పుస్తకంలో గల మొత్తం పేజీలు ఎన్ని ? ( )

A) 100 B) 200 C) 400 D) 300

41. $\frac{-3}{4}$ ను ఎంతతో గుణించిన $\frac{2}{3}$ వచ్చును. ( )

A) $-\frac{3}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $-\frac{4}{9}$ D) $-\frac{8}{9}$

42. $(2\times x)+(2\times 6)=2\times(x+6)$లో ఇమిడి వున్న న్యాయము. ( )

A) సహచర B) వినిమయ C) విభాగ D) తత్సమ

43. $(-2)\times(3\times 4)=(-2\times 3)\times 4$లో ఇమిడి వున్న న్యాయము. ( )

A) పూర్ణాంకాలలో గుణకారం దృష్ట్యా సహచర న్యాయం B) పూర్ణ సంఖ్యలలో గుణకారం దృష్ట్యా వినిమయ న్యాయం

C) అకరణీయ సంఖ్యలలో గుణకారం దృష్ట్యా సహచర న్యాయం

D) సహజ సంఖ్యలలో గుణకారం దృష్ట్యా సహచర న్యాయం

44. $0.\overline{54}+4.\overline{7}$ యొక్క వ్యవధి ( )

A) 32 B) 61 C) 47 D) 27

45. ఒక సంఖ్యలో $\frac{2}{3}$ వ భాగము ఆ సంఖ్యలో $\frac{1}{7}$ వ భాగము కంటే 36 ఎక్కువ అయిన ఆ సంఖ్య ? ( )

A) 156 B) 140 C) 132 D) 144

46. ఈ క్రింది వానిలో అంతము కాని దశాంశము. ( )

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{4}{7}$ C) $\frac{3.66}{6}$ D) $\frac{5}{32}$

47. ఈ క్రింది అకరణీయ సంఖ్యలలో $\frac{-2}{5}$ మరియు $\frac{-1}{5}$ మధ్య ఉండని అకరణీయ సంఖ్య .... ( )

A) $\frac{-1}{4}$ B) $\frac{-3}{10}$ C) $\frac{-5}{10}$ D) $\frac{-7}{20}$

48. ఈ క్రింది వానిలో దానికదే వ్యుత్క్రమము అయ్యే సంఖ్యలు ( )

A) 0,1 B) 5,1 C) -1,1 D) 0,-1

49. ఒక వ్యక్తి తన జీతంలో $\frac{1}{4}$ వ వంతు ఇంటి అద్దెకు, మిగిలిన దానిలో $\frac{1}{3}$ వ వంతు ఆహారానికి మరియు 3000రూ విద్యకు ఖర్చు చేసెను. అతని జీతం 24000 రూ. అయిన అతని వద్ద మిగిలివున్న సొమ్ము ఎంత ? ( )

A) 900 B) 3000 C) 9000 D) 90000

50. $\frac{5}{12},\frac{3}{8},\frac{7}{16}$ భిన్నాలను అవరోహణ క్రమంలో వ్రాయగా......... ( )

A) $\frac{7}{16},\frac{3}{8},\frac{5}{12}$ B) $\frac{5}{12},\frac{7}{16},\frac{3}{8}$ C) $\frac{7}{16},\frac{5}{12},\frac{3}{8}$ D) $\frac{3}{8},\frac{5}{12},\frac{7}{16}$

51. ఒక ఇన్నింగ్‌లో అత్యధిక స్కోరు మొత్తంలో $\frac{3}{11}$ వ వంతు మరియు రెండవ అత్యధిక స్కోరు మిగిలిన స్కోరులో $\frac{3}{11}$ వ వంతు ఈ రెండింటి మధ్య తేడా 63 పరుగులు అయిన మొత్తం స్కోరు ఎంత ? ( )

A) 836 B) 850 C) 847 D) 900

GRK

52. $\frac{3}{4} \div 3$ యొక్క గుణకార విలోమము .... ( )

A) 4 B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{9}{4}$ D) $\frac{4}{9}$

53. $a+b=7,\ b+c=10,\ c+a=11$ అయిన a విలువ ? ( )

A) 7 B) 4 C) 3 D) 5

54. $3^{25}+3^{26}+3^{27}+3^{28}$ ని నిశ్శేషంగా భాగించునది ? ( )

A) 11 B) 16 C) 25 D) 30

55. $549 \times 56 \times 28 * \times 684$ లబ్దంలో ఒకట్ల స్థానంలోని అంకె 8 అయిన $*$ స్థానంలోని అంకె ? ( )

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1

56. 586723 సంఖ్యలో 6 యొక్క స్థాన విలువ మరియు ముఖ విలువ మధ్య తేడా ఎంత ? ( )

A) 723 B) 6717 C) 5994 D) ఏదీకాదు

57. $\frac{5}{13}$ ను దశాంశ రూపంలో వ్రాయగా దశాంశ అవధి ? ( )

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8

58. $x=0.\overline{7}$ మరియు $y=0.\overline{23}$ అయిన $(x+y)$ మరియు $(x-y)$ ల మధ్య గల అకరణీయ సంఖ్య? ( )

A) $\frac{4}{11}$ B) $\frac{5}{11}$ C) $\frac{53}{55}$ D) $\frac{12}{11}$

59. $2\frac{1}{3}$ మీటర్ల గుడ్డ ఖరీదు $75\frac{1}{4}$ రూపాయలు అయిన మీటరు గుడ్డ ఖరీదు ? ( )

A) 35.25 B) 41.75 C) 32.25 D) 37.75

60. $\frac{2^2 \times 3^2 \times 7^2}{2^5 \times 5^3 \times 3^2 \times 7}$ అనునది ( )

GRK

A) అంతమయ్యే దశాంశము B) అంతము కాని దశాంశము

C) అంతముకాని ఆవర్తనము కాని దశాంశము D) అంతముకాని ఆవర్తనమయ్యే దశాంశము

61. ఈ క్రింది వానిలో ఖచ్చిత వర్గము కానిది. ( )

A) 6400 B) 8400 C) 90000 D) 10000

62. 2017^2 మరియు 2018^2 ల మధ్య ఉండే సంఖ్యలు ఎన్ని? ( )

A) 2018 B) 2017 C) 4035 D) 4034

63. 1 నుండి 1000 వరకు గల సంఖ్యలలో ఖచ్చిత ఘనాలు ఎన్ని ? ( )

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10

64. $\sqrt{1296}=36$ అయిన $\sqrt{0.001296}=$ .... ( )

A) 0.36 B) 0.036 C) 0.0036 D) 3.60

65. ఈ క్రింది వానిలో పైథాగోరియన్ త్రికము కానిది. ( )

A) (6,8,10) B) (12,16,20) C) (6,4,10) D) (16,30,34)

66. 2018^2 మరియు 2020^2 ల మధ్య ఉండే పూర్ణ సంఖ్యలు ఎన్ని ? ( )

A) 8034 B) 8074 C) 8075 D) 8077

67. n యొక్క ఏ విలువలకు n^2+96 అనునది ఖచ్చిత వర్గము ? ( )

A) 23,10,5,2 B) 25,12,4,3 C) 28,14,6,7 D) ఏదికాదు

68. $\sqrt{mn}=8$ అయి $m+n$ కు సాధ్యమయ్యే కనిష్ఠ విలువ ? ( )

A) 15 B) 20 C) 25 D) 30

69. నాల్గు అంకెల కనిష్ఠ వర్గసంఖ్య ? ( )

A) 1024 B) 9801 C) 1056 D) 1225

70. ఈ క్రింది వానిలో పెద్దది $2^{2^{2^2}}, \left(\left(2^2\right)^2\right)^2, 2222, 222^2$ ( )

A) $2^{2^{2^2}}$ B) $\left(\left(2^2\right)^2\right)^2$ C) 2222 D) 222^2

71. 3645 ఏ కనిష్ఠ సంఖ్యచే గుణించిన పరిపూర్ణ వర్గం అగును. ( )

A) 5 B) 3 C) 7 D) 11

72. రెండు సంఖ్యల లబ్ధము 1296. వానిలో ఒక సంఖ్య రెండవ సంఖ్యకు 16 రెట్లు అయిన రెండు సంఖ్యల మొత్తము.

A) 144 B) 153 C) 162 D) 81 ( )

73. ఏ కనిష్ఠ సంఖ్యను తీసివేసిన 4000 ఖచ్చిత వర్గమవుతుంది ? ( )

A) 39 B) 43 C) 34 D) 31 ( )

74. $3^{11}+5^{13}$ ను భాగించే కనిష్ఠ ప్రధానాంకము. ( )

A) 2 B) 3 C) 5 D) 7

75. ఏ కనిష్ఠ సంఖ్యచే గుణించిన 7803 పరిపూర్ణ ఘనం అవుతుంది. ( )

A) 11 B) 13 C) 17 D) 23

76. రవి మైనముతో చేసిన ప్రమాణ ఘనాలను ఉపయోగించి 12 సెం.మీ, 8 సెం.మీ మరియు 3 సెం.మీ. కొలతలు గల దీర్ఘ ఘనాన్ని తయారుచేసెను ? అతడు తయారీకి కనీసము ఎన్ని ప్రమాణ ఘనాలను ఉపయోగించారు

A) 288 B) 144 C) 256 D) 128

77. వర్గ సంఖ్య మరియు ఘన సంఖ్య అగు రెండంకెల సంఖ్య ? ( )

A) 16 B) 27 C) 64 D) 81

78. 6412కు ఏ కనిష్ఠ సంఖ్యను కలిపిన పరిపూర్ణ వర్గసంఖ్య అగును. ( )

A) 147 B) 149 C) 163 D) 167

79. 1600ని ఏ కనిష్ఠ సంఖ్యచే భాగించగా వచ్చు భాగఫలము సంపూర్ణ ఘనము అగును. ( )

A) 5 B) 4 C) 25 D) 2

GRK

80. $12\sqrt{18}+\sqrt{32}$ ( )

A) $40\sqrt{2}$ B) $30\sqrt{2}$ C) $20\sqrt{2}$ D) $70\sqrt{2}$

81. ఆరు అంకెల సంఖ్యలో మిక్కిలి పెద్దదైన ఖచ్చిత వర్గ సంఖ్య. ( )

A) 998011 B) 988001 C) 998001 D) 988801

82. $5^{\sqrt{x}}+12^{\sqrt{x}}=13^{\sqrt{x}}$ అయిన $x=$.......... ( )

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

83. ఒక వృత్తాకార ప్రదేశ వైశాల్యము 6.16 చ.మీ. అయిన దాని చుట్టుకొలత .... ( )

A) 7.6 B) 5.6 C) 6.6 D) 8.8

84. $\sqrt{41-\sqrt{21+\sqrt{19-\sqrt{9}}}}=$.......... ( )

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8

85. $\sqrt[3]{\frac{0.027}{0.008}} \div \sqrt{\frac{0.09}{0.04}}-1$ ( )

A) 0 B) 1 C) 1.4 D) 2.1

86. $\sqrt{19.36}+\sqrt{0.1936}+\sqrt{0.001936}$ విలువ ( )

A) 488.4 B) 48.84 C) 4.884 D) 0.4884

87. ఏ రెండు పూర్ణాంకాల మధ్య $\sqrt{1000}$ విలువ వుంటుంది. ( )

A) 29 మరియు 30 B) 30 మరియు 31 C) 31 మరియు 32 D) 32 మరియు 33

88. 4 అంకెలు గల గరిష్ఠ ఖచ్చిత వర్గ సంఖ్య. ( )

A) 9901 B) 9801 C) 9081 D) 9999

89. ఈ క్రింది వానిలో ఒకట్ల స్థానంలోని అంకెను 3గా కలిగి వున్నది. ( )

A) 123^3 B) 198^3 C) 206^3 D) 157^3

90. ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకార ప్రదేశ పొడవు, వెడల్పులు 4:3 నిష్పత్తిలో వున్నాయి. దాని వైశాల్యం 6.75 హెక్టార్లు అయిన దాని చుట్టుకొలద మీటర్లలలో ( )

A) 1050 B) 1450 C) 525 D) 725

91. 34 A సంఖ్య 2చే భాగించబడిన శేషం '0', 5 చే భాగించబడిన శేషం '1' అయిన A విలువ ఎంత? ( )

A) 0 B) 2 C) 1 D) 5

92. 2 A 8 సంఖ్య 2చే భాగించబడిన A కు గల విలువ సంఖ్య ? ( )

A) 9 B) 99 C) అనంతం D) 10

93. 32కు గల కారణాంకాల సంఖ్య ? ( )

A) 5 B) 6 C) 36 D) 16

94. 345 A 7, 3తో భాగింపబడిన A యొక్క విలువ ? ( )

A) 2 B) 5 C) 8 D) పైవన్నీ

95. ఈ క్రింది వానిలో 11చే భాగింపబడని సంఖ్య ? ( )

A) 12344321 B) 234554320 C) 12345678 D) 87655678

96. 1 నుండి 120 వరకు గల సరి సంఖ్యల మొత్తం ? ( )

A) 3660 B) 7260 C) 3600 D) 240

GRK

97. 5 A 1 - 23 A = 325 అయిన A విలువ ? ( )

A) 2 B) 3 C) 6 D) 1

98. $Y+Y+Y=MY$ అయిన M, Y విలువ ? ( )

A) 1,5 B) 5,1 C) 5,5 D) 1,1

99. $10^{2n}-1$ ఈ క్రింది వానిలో ఏ సంఖ్యచే భాగింపబడుతుంది. ( )

A) 9 B) 11 C) 3 D) పైవన్నీ

100. ఈ క్రింది వానిలో ఏ సంఖ్యచే $1^{11}+2^{11}+3^{11}+4^{11}$ భాగింపబడుతుంది. ( )

A) 2 B) 4 C) 5 D) 7

101. $8A5+94A=1A33$ అయిన A విలువ ( )

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9

102. $AB\times 2=B02$ అయిన A,B విలువ ( )

A) 5,1 B) 1,5 C) 1,1 D) 5,5

103. (10^n-1) సంఖ్య 11చే భాగింపబడుటకు నియమము. ( )

A) n ఏదైనా సహజ సంఖ్య B) n ఏదైనా సరి సహజ సంఖ్య

C) n ఏదైనా బేసి సహజ సంఖ్య D) n అనునది 11 యొక్క గుణిజం

104. ఈ క్రింది వానిలో 7,11,13లచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడు సంఖ్య. ( )

A) 123321 B) 121312 C) 123123 D) 132123

105. 311131113111 యొక్క కారణాంకము. ( )

A) 8 B) 3 C) 4 D) 2

106. 7^{2007} కు గల కారణాంకాల సంఖ్య. ( )

A) 2006 B) 2007 C) 2008 D) 2009

107. x^2+x+11 అనునది ప్రధాన సంఖ్య అయ్యే విధంగా x విలువ ( )
A) 1 B) 2 C) 3 D) పైవన్నీ

108. $a=4b+2b,$ b ఒక ధనపూర్ణ సంఖ్య అయిన ఈ క్రింది వానిలో 'a' ని నిశ్శేషంగా భాగించనిది. ( )
A) 2 B) 5 C) 4 D) 6

109. a,b,c,d లు 5 యొక్క వరుస గుణిజాలు అయిన $(a-c)(d-b)=$......... ( )
A) 100 B) -100 C) 25 D) -25

110. $1^{2007}+2^{2007}+3^{2007}+.........+2006^{2007}$ ఈ క్రింది వానిలో దేనిచే భాగించబడుతుంది ( )
A) 2007 B) 2006 C) 2005 D) 2004

LEVEL - 1, ANSWERS

1. C	21. B	41. D	61. B	81. C	101. C
2. C	22. C	42. C	62. D	82. D	102. A
3. B	23. C	43. C	63. B	83. D	103. B
4. A	24. C	44. A	64. D	84. B	104. C
5. D	25. A	45. B	65. C	85. A	105. B
6. A	26. D	46. B	66. C	86. C	106. C
7. B	27. B	47. C	67. D	87. C	107. D
8. C	28. C	48. C	68. B	88. B	108. A
9. D	29. A	49. C	69. A	89. D	109. B
10. C	30. B	50. C	70. D	90. A	110. A
11. A	31. D	51. C	71. A	91. C	
12. B	32. C	52. A	72. B	92. D	
13. C	33. B	53. B	73. D	93. B	
14. B	34. D	54. D	74. A	94. D	
15. D	35. D	55. B	75. C	95. C	
16. A	36. C	56. C	76. A	96. A	
17. D	37. B	57. C	77. C	97. C	
18. B	38. C	58. C	78. B	98. A	
19. C	39. C	59. C	79. C	99. D	
20. A	40. B	60. A	80. A	100. C	

GRK

2. బీజగణితం

- ☞ గణిత శాస్త్రంలో "బీజగణితం" ఒక ముఖ్యభాగము. బీజగణితంలో అక్షరములు $a,b,c.....$ సంఖ్యలు 1,2,3.... మరియు గణిత పరిక్రియలు ఉపయోగిస్తారు.
- ☞ స్థిర, చరాశులను ఉపయోగించి సమస్యలను సాధించు విధానమే "బీజగణితం".
- ☞ "బీజగణితం"ను ఆంగ్లములో "ఆల్జీబ్రా" అందురు. ఇది "ఆల్‌జబర్" అనే అరబిక్ పదం నుండి వచ్చిందని ప్రాచుర్యం పొందింది.
- ☞ బీజగణిత పితామహుడు : "డయా ఫాంటస్"
- ☞ **స్థిరరాశి:** స్థిరరాసి విలువ మారదు. ఇది స్థిరంగా ఉంటుంది.

  ఉదా: 8, −9, 1, $\frac{-3}{4}$, 2.6 మొ॥నవి
- ☞ **చరరాశి:** చరరాశి విలువ మారుతూ ఉంటుంది. ఎప్పుడు స్థిరంగా ఉండదు.

  ఉదా: $a,b,c,x^2,y,z,4l$ మొ॥నవి
- ☞ **పదం :** పదం అనేది 'స్థిరరాశి' లేదా 'చరరాశి' మరియు స్థిర, చర రాశుల లబ్దం. ఇది ధన లేదా ఋణ సంఖ్య కావచ్చు.

  ఉదా: $4, -3xy, \frac{7}{10}ab^2c$ etc...,

GRK

- ☞ **సమాసం :** ఒకటి లేదా అంతకంటే ఎక్కువ పదాలను '+' లేదా '−' గుర్తులతో వేరుచేసిన దానిని "సమాసం" అంటారు.

  ఉదా: $2x, 3a-5, 6x^2-7xy+1$ మొ॥నవి
- ☞ **బీజీయ సమాసం :** స్థిర పదాలు మరియు చరపదాలు కలిగి కూడిక (+), తీసివేత (−) లతో కలుపబడిన దానిని "బీజీయ సమాసం" అంటారు.

  ఉదా: $2x+3y, ax^2+bx+c$ మొ॥నవి
- ☞ **గుణకము :** గుణకములు రెండు రకాలు

  ఎ) సంఖ్యా గుణకము

  బి) బీజీయ గుణకము (చరరాశి గుణకము)

ఎ) సంఖ్యాగుణకము: ఒక సంఖ్యా పదంలో స్థిరసంఖ్య, చరరాశి లబ్దంలో స్థిర సంఖ్యను "సంఖ్యా గుణకము" అంటారు.

ఉదా:- $64l^3$లో 64ను l^3 యొక్క సంఖ్యా గుణకము అంటారు.

(చరరాశి ముందు ఎటువంటి సంఖ్యాగుణకం లేనిచో చరరాశి గుణకం 1గా తీసుకోవాలి)

బి) బీజీయగుణకము: ఒక బీజీయ పదంలో స్థిర,చరరాశుల లబ్దంలో, స్థిరరాశి గుణకము చరరాశి గుణకం అవుతుంది.

ఉదా:- $9a^2b$లో చరరాశి గుణకము a^2b

$2x$లో చరరాశి గుణకము x

☞ **సజాతి పదాలు :** సమాన ఘాతాంకాలతో కూడి ఒకే చరరాశులను కలిగియున్న పదాలను "సజాతి పదాలు" అంటారు.

ఉదా:- $(i) 3x, \frac{-5}{2}x, 17x$ $(ii) 8a^2b \frac{5}{7}a^2b, -11a^2b$ మొ॥నవి

☞ **విజాతి పదాలు :** విభిన్న చరరాశులు కలిగిన పదాలను "విజాతి పదాలు" అంటారు.

ఉదా:- $x^2y, -6xy, 8xy^3$ మొ॥నవి

☞ **బీజీయ సమాసాలు - రకాలు :**

ఎ) ఏకపది : ఒక బీజీయ సమాసంలో "ఒకే ఒక పదం" ఉంటే దానిని "ఏకపది" అంటారు.

ఉదా:- $2x, 3a^2b, 3lmn$ మొ॥నవి

బి) ద్విపది : ఒక బీజీయ సమాసంలో "రెండు పదాలు" ఉంటే దానిని 'ద్విపది" అంటారు.

ఉదా:- $x-2y, 2m^2n-7, ax+b$ మొ॥నవి

సి) త్రిపది : ఒక బీజీయ సమాసంలో "మూడు పదాలు" ఉంటే దానిని 'త్రిపది" అంటారు.

ఉదా:- $x+y+z, ax^2+bx+c, 3x^2-7x+6$ మొ॥నవి

డి) బహుపది : ఒక బీజీయ సమాసంలో "మూడు కంటే ఎక్కువ" పదాలు ఉంటే దానిని 'బహుపది" అంటారు.

GRK

ఉదా:- $x+y+z+w, 2x-3y+4z+7$ మొ॥నవి

☞ **బీజీయ సమాసాల సంకలనం :**

రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సజాతి బీజీయ పదాల మొత్తం ఒక సజాతి పదం.

ఉదా:- 1) $2x$ మరియు $4x$ల సంకలనం కనుగొనుము.

జ) $2x+4x=6x$

☞ **బీజీయ సమాసాల వ్యవకలం :**

రెండు సజాతి పదాల భేదం ఒక సజాతి పదం

ఉదా:- 1) $5x$ నుండి $3x$ ను తీసివేయండి.

జ) $5x-3x=2x$

☞ **బీజీయ సమాసాల గుణకారం :**

ఘాతాంక న్యాయాల ప్రకారం రెండు లేదా ఎక్కువ పదాలను గుణించగా వచ్చు పదం ఒక బీజీయ పదం అవుతుంది.

ఉదా:- 1) $2x$ నుండి $3x$ ను గుణించండి.

$(2x)\times(3x)=(2)\times(3)\times(x)\times(x)=6x^2$

2) $(x+2)$ మరియు $(2x+3)$ల లబ్దం కనుగొనుము.

జ. $(x+2)(2x+3)$

$=x(2x+3)+2(2x+3)$

$=2x^2+3x+4x+6$

$=2x^2+7x+6$

$(x+2)(2x+3)$ల గుణకాల

1	2	
2	3	
2	4	
	3	6
2	7	6

$=2x^2+7x+6$

☞ **బీజీయ పదాల భాగహారము :**

రెండు బీజీయ పదాలను ఒకదానితో మరొకటి ఘాతాంకాల భాగహార నియమం ప్రకారం భాగించాలి.

ఉదా:– 1. $6x^2$ ను $2x$ చే భాగించండి.

GRK

జ. $\dfrac{6x^2}{2x}=\dfrac{6.x.x}{2.x}=3x$

2. $-8xy$ ను $6x$ చే భాగించండి.

జ. $\dfrac{-8xy}{6x}=\dfrac{-8.x.y}{6.x}=\dfrac{-4y}{3}$

భాగహార నియమం : విభాజ్యము = విభాజకము × భాగఫలం + శేషము

$$i.e. P(x)=g(x)\times q(x)+R$$

☞ **బహుపది పరిమాణము :**

x చరరాశి గల బహుపదిలో x యొక్క గరిష్ఠ ఘాంతకము, ఆ బహుపది యొక్క పరిమాణము అవుతుంది.

$\rightarrow ax+b$ బహుపది పరిమాణము = 1

$\rightarrow ax^2+bx+c$ బహుపది పరిమాణము $=2$

$\rightarrow a_0x^n+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}+.......a_{n-1}x+a_n$ అనేది 'n'వ పరిమాణ బహుపది అంటారు. ఇందులో $a_0,a_1,a_2.......a_{n-1},a_n$లు చరరాశి వాస్తవ గుణకాలు మరియు $a_0\neq 0$

☞ **శూన్య బహుపది :** ఒక బహుపదిలో పదాలన్ని "సున్నా" అయిన దానిని శూన్య బహుపది అంటారు.

☞ **బహుపది యొక్క శూన్య విలువ :** ఒక బహుపదిలో ఏ విలువను ప్రతిక్షేపిస్తే ఆ

బహుపది శూన్యమవుతుందో ఆ విలువను "బహుపది యొక్క శూన్యవిలువ" అంటారు.

☞ **బహుపదులు – రకాలు :**

ఎ) రేఖీయ బహుపది : ఒక బహుపది యొక్క పరిమాణము ఒకటి (1) అయిన దానిని 7"రేఖీయ బహుపది" అంటారు.

ఉదా: $2x+3$ బహుపది పరిమాణం = 1

బి) వర్గ బహుపది : ఒక బహుపది యొక్క పరిమాణము రెండు (2) అయిన దానిని "వర్గ బహుపది" అంటారు. వర్గ బహుపది సాధారణ రూపము : ax^2+bx+c

ఉదా: $5x^2+7x+1$ బహుపది పరిమాణం = 2

సి) ఘన బహుపది : ఒక బహుపది యొక్క పరిమాణము మూడు (3) అయిన దానిని "ఘన బహుపది" అంటారు.

ఉదా: $2x^3-5x^2+6x+2$ బహుపది పరిమాణం = 3

డి) శూన్య బహుపది : ఒక బహుపది యొక్క పరిమాణము సున్నా (0) అయిన దానిని "శూన్య బహుపది" అంటారు.

స్థిరపదం యొక్క పరిమాణము ఎల్లప్పుడు "సున్నా"

ఉదా: 2018 యొక్క పరిమాణము = 0

GRK

☞ **సంఖ్యా వాక్యము :**

రెండు సంఖ్యా పదాలను $=, >, \ngtr, <, \nless$ గుర్తులచే ఏర్పడిన సంఖ్యా సమాసాలను "సంఖ్యా వాక్యము" అంటారు.

ఉదా।। 5+4=9, 3–1 < 4

☞ **సంఖ్యా ప్రవచనం :**

ఒక సంఖ్య వచనం సత్యము లేదా అసత్యము అయ్యే వచనాలను "సంఖ్యా ప్రవచనాలు" అంటారు.

ఉదా: 4+3=7 సత్యము

8–2=16 అసత్యము

☞ **గణిత ప్రవచనం :**

బీజీయ సమాసాలను మరియు సంఖ్యా సమాసాలను $=, \neq >, <, \ngtr, \nless$ గుర్తులను ఉపయోగించి వ్రాయగా ఏర్పడే ప్రవచనాలను "గణిత ప్రవచనాలు" అంటారు.

ఉదా : $2x+5=17$ $2x^2+3x>10$ మొ।।నవి

☞ **అనిశ్చిత వాక్యము :**

సత్యమో, అసత్యమో నిర్ణయించలేని వాక్యాలను "అనిశ్చిత వాక్యములు" అంటారు.

ఉదా।। $x^2+7=5$ (సత్యము)

☞ **సమీకరణము :**

సమానత్వము గుర్తు ("=") కలిగిన ఒక అనిశ్చిత వాక్యమును "సమీకరణము" అంటారు.

ఉదా: $2x+4=12$ $LHS=2x+4$

$RHS=12$

☞ **సమీకరణ సాధన :**

సమీకరణంలో గల చరరాశి విలువకు ఆ సమీకరణం తృప్తి చెందితే, ఆ విలువను దాని యొక్క 'సాధన' అంటారు.

ఉదా : $x-3=4$ సాధించుము

జ. $x-3=4$

$x=4+3$ $x-3=4$ యొక్క సాధన $x=7$

$x=7$

☞ **రేఖీయ సమీకరణము (సామాన్య సమీకరణము:**

ఒక సమీకరణములోని చరరాశుల యొక్క గరిష్ఠ ఘాతాంకం '1' అయితే ఆ సమీకరణమును "రేఖీయ సమీకరణము" అంటారు.

ఉదా: $a+4=23$ $x+1=4$ లలో పరిమాణము '1'

GRK

☞ **తరలించుట (లేదా) పక్షాంతరము)**

ఒక సమీకరణములో ఏదైనా పదమును ఒకవైపు నుండి మరొక వైపునకు మార్చునపుడు వాని గుర్తులు మారును. ఈ పద్ధతిని 'తరలించుట' లేదా 'పక్షాంతరము" అంటారు.

+	=	−	(+ గుర్తు సమానత్వ గుర్తుకు ఆవలి వైపుకు వెళ్ళిన
−	=	+	− గుర్తుగా మారును)
×	=	÷	
÷	=	×	

☞ **అసమీకరణాలు :**

ఒక అనిశ్చిత వాక్యము $>, \geq, <, \leq$ గుర్తు కలిగి ఉంటే వాటిని 'అసమీకరణాలు' అంటారు.

ఉదా:− (1) $5x-4>12$ (2) $3P+6\leq 32$

☞ **రేఖీయ అసమీకరణాలు :**

ఒక అసమీకరణము యొక్క గరిష్ఠ ఘాతాంకము ఒకటి (1) అయిన దానిని "రేఖీయ అసమీకరణము" అంటారు.

ఉదా :− (1) $5x-3\leq 10-3x$ (2) $2x+10\geq x+5$

☞ **సూత్రములు :**

సమీకరణ సమస్యా సాధనలో తరచుగా ఉపయోగించే వాటిని "సూత్రములు" అంటారు.

ఉదా:– రాంబస్ వైశాల్యము $\left(A\right)=\frac{1}{2}d_1d_2$

ఒక దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యము దాని పొడవు, వెడల్పుల లబ్ధానికి సమానము. ప్రవచనము యొక్క సూత్ర రూపం

$$A=lb$$

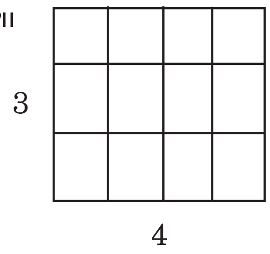
'A' అనగా దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యము

l అనగా పొడవు

b అనగా వెడల్పు

$m\times n$ వల చిత్రములో చతురస్రముల సంఖ్య $=mn$

ఉదా॥



బిందువుల సంఖ్య $=\left(m+1\right)\left(n+1\right)$

4×3 వల చిత్రంలో చతురస్రాల సంఖ్య $=4\times 3=12$

బిందువుల సంఖ్య $=\left(4+1\right)\left(3+1\right)$

$=5\times 4$

$=20$

GRK

'n' భుజాల గల బహుభుజి యొక్క కర్ణాల సంఖ్య $=\left[\frac{n\left(n-1\right)}{2}-n\right]$

ఉదా॥ 20 భుజాలు గల బహుభుజి యొక్క కర్ణాల సంఖ్య

$$=\frac{20\left(20-1\right)}{2}-20$$

$$=10.19-20$$

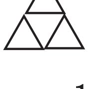
$$=190-20=170$$

$K\times K$ వల చిత్రము నందు గల మొత్తం చతురస్రాల సంఖ్య $1^2+2^2+3^2+...+K^2$

ఉదా:– 4×4 వల చిత్రంలోగల చతురస్రాల సంఖ్య $=1^2+2^2+3^2+4^2$

$=1+4+9+16$

$=30$



త్రిభుజాకార సంఖ్యలు 1,3,6,10,15 .... $\frac{n\left(n+1\right)}{2}$

1 త్రిభుజానికి 3 బిందువులు కావాలి

$$1+2+3+4+...n=\sum n=\frac{n\left(n+1\right)}{2}=\frac{n^2}{2}+\frac{n}{2}$$

$$1^2+2^2+3^2+4^2+...n^2=\sum n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}=\frac{n^3}{3}+\frac{n^2}{2}+\frac{n}{6}$$

$$1^3+2^3+3^3+4^3+...n^3=\sum n^3=\left(\sum n\right)^2\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2=\frac{n^2(n+1)^2}{4}=\frac{n^4}{4}+\frac{n^3}{2}+\frac{n^2}{4}$$

☞ **సర్వ సమీకరణము :**

ఒక సమీకరణములోని చరరాశి విలువ అన్ని విలువలకు సత్యము అయితే ఆ సమీకరణాన్ని "సర్వ సమీకరణము" అంటారు. దీనికి గుర్తు $\equiv$

ఉదా।। $2(a+b)\equiv 2a+2b$

సర్వ సమీకరణాలను ప్రత్యేక లబ్ధాలు అని కూడా అంటారు.

- $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2=(a+b)(a+b)$
- $(a-b)^2=(a^2-2ab+b^2)=(a-b)(a-b)$
- $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
- $\frac{a^2-b^2}{a+b}=a-b$
- $(a+b)^2+(a-b)^2=2a^2+2b^2=2(a^2+b^2)$
- $(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$
- $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=x^2+2+\frac{1}{x^2}$
- $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=x^2-2+\frac{1}{x^2}$
- $x+\frac{1}{x}=a$ అయిన $x^2+\frac{1}{x^2}=a^2-2$
- $x-\frac{1}{x}=a$ అయిన $x^2-\frac{1}{x^2}=a^2+2$
- $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ లేదా $a^3+3ab(a+b)+b^3$
- $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ లేదా $a^3-3ab(a-b)-b^3$
- $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$

  (లేదా)

- $(a+b)(a^2-ab+b^2)$

GRK

- $a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$

  (లేదా)

- $= (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
- $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) = a^3+b^3+c^3-3abc$
- $a+b+c=0$ అయిన $a^3+b^3+c^3 = 3abc$
- $a^{1/3}+b^{1/3}+c^{1/3}=0$ అయిన $a+b+c = 3a^{1/3}b^{1/3}c^{1/3}$

  (లేదా)

- $(a+b+c)^3 = 27abc$
- $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca = \frac{1}{2}\left[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right]$
- $a+b+c=0$ లేదా $a=b=c$ అయిన $a^3+b^3+c^3 = 3abc$
- $ab+bc+ca = abc$ అయిన $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$
- $(x+a)(x+b) = x^2 + x(a+b) + ab$
- $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$
- $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + x^2(a+b+c) + x(ab+bc+ca) + abc$
- $x+\frac{1}{x}=a$ అయిన $x^3+\frac{1}{x^3} = a^3-3a$
- $x-\frac{1}{x}=a$ అయిన $x^3-\frac{1}{x^3} = a^3+3a$
- $x^{a+1}+\frac{1}{x^{a+1}} = \left(x^a+\frac{1}{x^a}\right)\left(x+\frac{1}{x}\right)-\left(x^{a-1}+\frac{1}{x^{a-1}}\right)$
- a^nలో 'a'ను భూమి అని, 'n'ని ఘాతాంకము అని అంటారు

  ఉదా॥ $64 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times = 2^6$ (6 → ఘాతాంకము, 2 → భూమి)

- ఒక సంఖ్య యొక్క ఘాతాంకం 1 అయిన ఫలితం అదే సంఖ్య అవుతుంది అనగా $x^1 = x$
- ఒక సంఖ్య యొక్క ఘాతాంకం 2 అయిన ఆ సంఖ్యను "వర్గము" అంటారు.

  ఉదా॥ 5 యొక్క వర్గము $= 5^2$

- ఒక సంఖ్య యొక్క ఘాతాంకము 3 అయిన ఆ సంఖ్యను "ఘనము" అంటారు.

  ఉదా॥ 13 యొక్క ఘనము $= 13^3$

GRK

- 1 యొక్క ఘాతాంకము ఎంతైననూ దాని ఫలితం 1.

  ఉదా॥ $1^{71020111} = 1$
- -1 యొక్క ఘాతాంకము ధనబేసి సంఖ్య అయిన దాని ఫలితం $= -1$ అవుతుంది.

  ఉదా॥ $(-1)^{20100711} = -1$
- -1 యొక్క ఘాతాంకము ధన సరిసంఖ్య అయిన దాని ఫలితము 1 అవుతుంది.

  ఉదా॥ $(-1)^{2018} = 1$

ఘాతాంక న్యాయాలు :-

a, bలు శూన్యేతర పూర్ణ సంఖ్యలు

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $(a^m)^n = a^{mn}$
- $(ab)^m = a^m . b^m$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ ($m > n$ అయిన)
- $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$, ($m < n$ అయిన) $\frac{1}{a^n - m}$
- $\frac{a^m}{a^n} = 1$, ($m = n$ అయిన)
- $a^n = \frac{1}{a^{-n}}, a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- $a^0 = 1$, a శూన్యేతర వాస్తవ సంఖ్య

  (గమనిక: $0^0 = 1$కాదు ఎందుకనగా '0', '0'చే భాగించబడదు.

  $i.e.\ 0^0 = 0^{n-n} = \frac{0^n}{0^n} = \frac{0}{0}$ నిర్వచింపబడదు)
- $\sqrt{ab} = \sqrt{a}.\sqrt{b}$
- $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

GRK

- $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)=a-b$
- $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2=a+2\sqrt{ab}+b$
- $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2=a-2\sqrt{ab}+b$
- $\left(a+\sqrt{b}\right)\left(a-\sqrt{b}\right)=a^2-b$
- $a^{1/n}=\sqrt[n]{a}$ (a యొక్క n వ మూలము)
- $\sqrt[n]{a^n}=a^{n/n}=a^1=a$

  $\sqrt[n]{a^m}=a^{m/n}$ (a^m యొక్క n వ మూలము)
- $\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$
- $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$
- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}=\sqrt[mn]{a}$
- $\sqrt[m]{an}=\left(\sqrt[m]{a}\right)^n$

GRK

ప్రామాణిక రూపం:–

రెండు కారణరాశుల లబ్దమే ప్రామాణిక రూపం ఇందు ఒక కారణాంకం 1 మరియు 10 మధ్య ఉంటుంది. రెండవ కారణాంకం 10 యొక్క ఘాతాంకం.

- ప్రామాణిక రూపం అనేది అతిపెద్ద, అతి చిన్న సంఖ్యలను సులభంగా గణించుటకు ఉపయోగిస్తారు.
- మొదటి కారణాంకం 1 మరియు 10 మధ్య ఉండేటట్లు ఎడమవైపు దశాంశ బిందువు వైపు కొన్ని స్థానాలు జరుగును.

  రెండవ కారణాంక స్థానం 10 యొక్క ఘాతాంకంగా ఉంటుంది.

  ఉదా॥ భూమి నుండి సూర్యుని మధ్యదూరం = 149,600,000,000 మీ॥ యొక్క ప్రామాణిక రూపం.

  జ. ప్రామాణిక రూపం = 1.496×10^{11}మీ

  ఉదా॥ 4.37×10^5యొక్క సాధారణ రూపం

  జ. $4.37\times10\times10\times10\times10\times10$

  జ. $=4,37,000$

- రెండు ఏకపదుల లబ్దం ఏకపది అవుతుంది.
- ఒక బహుపదిని ఏకపదిచే గుణించాలంటే బహుపదిలోని అన్ని పదాలను ఏకపది చే గుణించాలి.

ఉదా॥ $\left(x^2+6x+5\right)\left(-7x\right)$ల లబ్దం కనుగొనుము.

జ. $\left(x^2+6x+5\right)\times\left(-7x\right)$

$=x^2\left(-7x\right)+6x\left(-7x\right)+5\left(-7x\right)$

$=-7x^3-42x^2-35x$

(+)	×	(+)	=	+
(+)	×	(–)	=	–
(–)	×	(+)	=	–
(–)	×	(–)	=	+

- ఒక సంఖ్యను ప్రధాన సంఖ్యల లబ్దంగా రాసే పద్ధతిని, ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతి అంటారు.

ఉదా॥ 36 యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలు

జ. $36-2\times2\times3\times3=2^2\times3^2$

- ఇచ్చిన సమాసమును దాని కారణాంకాల లబ్ధంగా వ్రాయటాన్ని "కారణాంక విభజన" అంటారు.
- సూక్ష్మీకరణ సాధ్యంకాని కారణాంకమును 'అవిభాజ్య కారణాంకం" అంటారు.

GRK

గోల్డ్‌బాక్ ఊహ:

ప్రతి బేసి సంఖ్య, ప్రధాన సంఖ్యగానో లేదా కొన్ని ప్రధాన సంఖ్యల మొత్తంగా లేదా వర్గ సంఖ్యకు రెట్టింపు సంఖ్యగా ఉంటుంది.

ఉదా॥ $21=19+2$ లేదా $13+2(4)$ లేదా $3+2(9)$

- గోల్డ్‌బాక్ తన పరిశోధన 9000 సంఖ్య వరకు పరిశీలించాడు.
- వాటిలో కేవలం రెండు సంఖ్యలు మాత్రమే మినహాయింపు కలదు. ఎందుకనగా అవి ప్రధాన సంఖ్యలు కావు మరియు ప్రధాన సంఖ్యల మొత్తం కాదు మరియు వర్గ సంఖ్యకు రెట్టింపు సంఖ్యకాదు.

(1) 5777 = 53 × 109

(2) 5993 = 13 × 641

కారణాంక విభజన విధానము :

- x^2 గుణకమును స్థిరరాశితో గుణించాలి.
- గుణించిన లబ్దంను రెండు కారణాంకాల లబ్దంగా రాయాలి.

- స్థిరరాశి ముందు గుర్తు + అయిన ఆ కారణాంకాల మొత్తం x గుణకం కావాలి.
- స్థిరరాశి ముందు – అయిన ఆ కారణాంకాల భేదం x గుణకం కావాలి.
- x పదమును రెండు కారణాంకాల మొత్తంగా గాని, బేధంగా గాని రెండు పదాలుగా రాయాలి.
- నాలుగు పదాలను రెండు విభాగాలుగా చేసి వాటిని కారణాంకాలుగా మార్చాలి.

ఉదా:- $x^2+7x+12$ యొక్క కారణాంకాలు

జ. $x^2+7x+12$ $\quad (\because 1\times 12 = 2\times 6$

$x^3+3x+4x+12$ $\quad = 3\times 4$

$x(x+3)+4(x+3)$ $\quad 7x = 3x+4x)$

$(x+3)(x+4)$

- ఒక బహుపది యొక్క పరిమాణము ఎంత ఉంటే దానికి అన్ని కారణాంకాలు వుంటాయి.

మాదిరి ప్రశ్నలు

GRK

1. $5x-8=3x+22$ సాధించండి.

జ. $5x-8=3x+22$

$\Rightarrow\ 5x-3x=22+8$

$\Rightarrow\ 2x=30$

$\Rightarrow x=\frac{30}{2}$

$\therefore\ x=15$

2. $-2x^2-\left(-x^2+4x\right)$ సూక్ష్మీకరించండి.

జ. $-2x^2-\left(-x^2+4x\right)$

$=-2x^2+x^2-4x$

$=-x^2-4x$

$=-\left(x^2+4x\right)$

3. $x=-1$ వద్ద $\left(1+x^{92}\right)\left(1-x^{141}\right)$ విలువ ?

జ. $x=-1$ వద్ద $\left(1+x^{92}\right)\left(1-x^{141}\right)$

$= \left(1+(-1)^{92}\right)\left(1-(-1)^{141}\right)$

$= (1+1)(1-(-1))$

$= 2(1+1)$

$= 2\times 2$

$= 4$

4. a,b,cలు మూడు వాస్తవ సంఖ్యలు, $a-7b+8c=4$ మరియు $8a+4b-c=7$ అయిన $a^2-b^2+c^2$ విలువ ఎంత ?

జ.

1. $a-7b+8c=4$

$\rightarrow a+8c=4+7b$ (ఇ.వర్గం చేయగా)

$\Rightarrow a^2+16ac+64c^2=16+56b+49b^2$ (1)

2. $8a+4b-c=7$

$\Rightarrow 8a-c=7-4b$ (ఇ. వర్గం చేయగా)

$\Rightarrow 64a^2-16ac+c^2=49-56b+16b^2$ (2)

GRK

(1) (2)లను కలుపగా

(1) $\rightarrow a^2+16ac+64c^2=16+56b+49b^2$

(2) $\rightarrow 64a^2-16ac+c^2=49-56b+16b^2$

$65a^2+65c^2=65+65b^2$

$65\left(a^2+c^2\right)=65\left(1+b^2\right)$

$\Rightarrow a^2+c^2=1+b^2 \quad \Rightarrow a^2-b^2+c^2=1$

5. $P=3^{2018}+3^{-2018}$ మరియు $Q=3^{2018}-3^{-2018}$ అయిన $P^2-Q^2=?$

జ. $P=3^{2018}+3^{-2018}=3^{2018}+\dfrac{1}{3^{2018}}$

$3^{2018}=a$ అనుకొనుము

$P=a+\dfrac{1}{a}\Rightarrow P^2=a^2+\dfrac{1}{a^2}+2$

$Q=a-\dfrac{1}{a}\Rightarrow Q^2=a^2+\dfrac{1}{a^2}-2$

$P^2-Q^2=4$

6. $8^{x+2}=2^{4x-3}$ అయిన $x=-$

$8^{x+2}=2^{4x-3}$

$\Rightarrow\left(2^3\right)^{x+2}=2^{4x-3}$

$\Rightarrow 2^{3x+6}=2^{4x-3}$

భూములు సమానం కావున ఘాతాంకాలు సమానం.

$\Rightarrow 3x+6=4x-3$

$\Rightarrow 4x-3x=6+3$

$x=9$

7. మూడెంకల సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తం 9. సంఖ్యలో నుండి 27 తీసివేయగా అది ఆ సంఖ్యలోని అంకెలను తారుమారు చేయగా వచ్చిన దానికి సమానం. అయిన ఆ సంఖ్యలు ఏవి ?

జ) ఒకట్ల స్థానంలోని అంకె $=x$

పదుల స్థానంలోని అంకె $=9-x,$ (అంకెల మొత్తం $=9$)

సంఖ్య $=$ $10(9-x)+x=90-10x+x=90-9x$

లెక్క ప్రకారం

$\Rightarrow 9x+9=90-9x-27$

$\Rightarrow 9x+9x=90-9-27$

$\Rightarrow 18x=54$

$\Rightarrow x=\frac{54}{18}$

$\Rightarrow x=3$

ఒకట్ల స్థానంలోని అంకె $x=3$

పదుల స్థానంలోని అంకె $=9-x=9-3=6$

సంఖ్య $=63$

8. 16 సం॥ల తరువాత ఒక వ్యక్తి వయస్సు 16 సం॥ల ముందు వయస్సుకి 9 రెట్లు అయిన 5సం॥ల తరువాత అతని వయస్సు ఎంత ?

జ) ప్రస్తుత వయస్సు $=x$ సం॥లు

16సం॥ తరువాత వయస్సు $=$ $(x+16)$ సం॥

16సం॥ క్రితం వయస్సు $=$ $(x-16)$ సం॥

లెక్క ప్రకారం

GRK

$\Rightarrow x+16=9(x-16)$

$\Rightarrow x+16=9x-144$

$\Rightarrow 9x-x=144+16$

$\Rightarrow 8x=160$

$x=\frac{160}{8}\Rightarrow x=20$

5సం॥తరువాత ఆ వ్యక్తి వయస్సు $= x+5$

$= 20+5$

$=25$సం॥లు

9. $\frac{3^8(11111)^4}{(33333)^4}$ విలువ ఎంత ?

జ) $\frac{3^8(11111)^4}{(33333)^4}=3^8\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{3^8}{3^4}=3^{8-4}=3^4=81$

10. $3^n=27$ అయిన $3^{n-2}=$

జ) $3^n=27$

$3^{n-2}=\frac{3^n}{3^2}=\frac{27}{9}=3\quad\left(\because a^{m-n}=\frac{a^m}{a^n}\right)$

GRK

11. $\frac{3x}{2}+\frac{x}{3}=x+\frac{x}{6}+6$ సాధించండి.

జ) $\frac{3x}{2}+\frac{x}{3}=x+\frac{x}{6}+6$

$\Rightarrow\frac{3x}{2}+\frac{x}{3}-x-\frac{x}{6}=6$

$\Rightarrow\frac{9x+2x-6x-x}{6}=6$

$\Rightarrow 11x-7x=36$

$\Rightarrow 4x=36$

$x=\frac{36}{4}$

$x=9$

12. రెండు వరుస బేసి సంఖ్యల మొత్తం 164. అయిన ఆ సంఖ్యలు ఏవి?

జ) రెండు వరుస బేసి సంఖ్యలు సంఖ్యలు x మరియు $x+2$ అనుకొనుము.

వాటి మొత్తం $= x + (x+2) = 164$

$\Rightarrow 2x + 2 = 164$

$\Rightarrow 2x = 164 - 2$

$\Rightarrow 2x = 162$

$x = \frac{162}{2}$

$x = 81$

$x + 2 = 81 + 2 = 83$

ఆ సంఖ్యలు 81 మరియు 83

13. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$ అయిన $x^2 - \frac{1}{x^2}$ విలువ కనుగొనుము.

జ) $x^2 \frac{1}{x^2} = 2 \Rightarrow (x^2) + \left(\frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 0$

$= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 0 \quad x = \frac{1}{x}$

GRK

$\Rightarrow x - \frac{1}{x} = 0$

$\Rightarrow x^2 = 1$

$x = \sqrt{1} = \pm 1$

$x = 1$ అయిన $x^2 - \frac{1}{x^2} = 1^2 - \frac{1}{1^2} = 1 - 1 = 0$

$x = -1$ అయిన $x^2 - \frac{1}{x^2} = (-1)^2 - \frac{1}{(-1)^2} = 1 - 1 = 0$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$ అయిన $x^2 - \frac{1}{x^2} = 0$

14. బారువడ్డీ $I = \frac{PTR}{100}$ సూత్రము నుండి 'T'ను కర్తగా రాయండి.

జ) బారువడ్డీ $I = \frac{PTR}{100}$

$\Rightarrow PTR = 100I$

$\because T = \dfrac{100I}{PR}$

15. a,bలు రెండు ధన పూర్ణ సంఖ్యలు మరియు $a^b = 125$అయిన $(a-b)^{a+b-4}$ విలువ ఎంత ?

జ) $a^b = 125 = 5^3$

$\Rightarrow a = 5$

$b = 3$

$(a-b)^{a+b-4} = (5-3)^{5+3-4} = 2^{8-4} = 2^4 = 16$

16. $5\sqrt{5} \times 5^3 \div 5^{-3/2} \;\; = 5^{a+2}$ అయిన 'a' విలువ ఎంత ?

జ. $5\sqrt{5} \times 5^3 \div 5^{-3/2} = 5^{a+2}$

$5^1.5^{1/2} \times \dfrac{5^3}{5^{-3/2}} = 5^{a+2}$

$\Rightarrow 5^{3/2} \times 5^3 \times 5^{3/2} = 5^{a+2}$

$\Rightarrow 5^{\frac{3}{2}+3+\frac{3}{2}} = 5^{a+2}$

GRK

భూములు సమానం కావున ఘాతాంకాలు సమానము.

$\Rightarrow \dfrac{3}{2} + 3 + \dfrac{3}{2} = a + 2 \;\; \Rightarrow \dfrac{3+6+3}{2} = a + 2$

$\Rightarrow \dfrac{12}{2} = a + 2$

$\Rightarrow a + 2 = 6$

$\Rightarrow a = 6 - 2$

$\Rightarrow a = 4$

17. $\dfrac{\left(2018^2 - 2024\right)\left(2018^2 + 4036 - 3\right)2019}{(2015) \times (2017)(2020)(2021)}$

జ. $\dfrac{\left(2018^2 - 2024\right)\left(2018^2 + 4036 - 3\right)2019}{(2015) \times (2017)(2020)(2021)} = \dfrac{\left[\left(2018^2 - 9\right) - 2015\right]\left[2018^2 + 2(2018) + 1 - 4\right]^{2019}}{2015 \times 2017 \times 2020 \times 2021}$

$= \dfrac{\left[(2018+3)(2018-3) - 2015\right]\left[(2018+1)^2 - 2^2\right]2019}{2015 \times 2017 \times 2020 \times 2021}$

$$= \frac{\left[(2021 \times 2015) - 2015\right](2019+2)(2019-2).2019}{2015 \times 2017 \times 2020 \times 2021}$$

$$= \frac{2015(2021-1) \times 2021 \times 2017 \times 2019}{2015 \times 2017 \times 2020 \times 2021}$$

$$= \frac{2020 \times 2019}{2020}$$

$$= 2019$$

18. రెండు సంఖ్యల లబ్ధం 21 మరియు వాటి భేదం 4 అయిన వాటి ఘనముల మొత్తానికి వాటి ఘనముల భేదానికి గల నిష్పత్తి కనుగొనుము.

జ) రెండు సంఖ్యలు $= x$ మరియు y అనుకొనుము.

రెండు సంఖ్యల లబ్ధం : $xy = 21$

రెండు సంఖ్యల భేదం : $x - y = 4$ .... (1)

$$(x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy$$

$$= (4)^2 + 4(21)$$

$$= 16 + 84$$

$$100$$

GRK

$$\because x + y = \sqrt{100} = 10$$

$$x + y = 10 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

(1) (2) ల నుండి

$x - y = 4$	$x + y = 10$
$x + y = 10$	$x - y = 4$
$2x = 14$	$2y = 6$
$x = \frac{14}{2}$	$y = \frac{6}{2}$
$x = 7$	$y = 3$

$\therefore$ఆ సంఖ్యలు 7 మరియు 3

7 మరియు 3ల ఘనాల మొత్తం $7^3 + 3^3 = 343 + 27 = 370$

7 మరియు 3ల ఘనాల భేదం $= 7^3 - 3^3 = 343 - 27 = 316$

వాటి నిష్పత్తి : 370 : 316

= 185 : 158

19. $a^x = \sqrt{b}, b^y = \sqrt[3]{c}$ మరియు $c^z = \sqrt{a}$ then find xyz

జ) $a^x = \sqrt{b}$ $\quad$ $b^y = \sqrt[3]{c}$

$a^x = (b)^{1/2}$ $\quad$ $b^y = (c)^{1/3}$

$a = (b)^{\frac{1}{2x}}$ $\quad$ $b = c^{\frac{1}{3y}}$

అయితే $c^z = \sqrt{a}$

$$c^z = (a)^{\frac{1}{2}}$$

$$c^z = \left(b^{\frac{1}{2x}}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\left(c^{\frac{1}{3x}}\right)^{\frac{1}{2x}}\right)^{\frac{1}{2}} = c^{\frac{1}{12xy}}$$

$$z = \frac{1}{12xy} \Rightarrow 12xyz = 1$$

$$xyz = \frac{1}{12}$$

GRK

20. $x = 5 + 2\sqrt{6}$ 3అయితే $x + \frac{1}{x}$ 8ను కనుగొనుము.

జ) $x = 5 + 2\sqrt{6}$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{5+2\sqrt{6}} \times \frac{5-2\sqrt{6}}{5-2\sqrt{6}} = \frac{5-2\sqrt{6}}{(5)^2 - \left(2\sqrt{6}\right)^2} = \frac{5-2\sqrt{6}}{25-24} = 5 - 2\sqrt{6}$$

$$x + \frac{1}{x} = 5 + 2\sqrt{6} + 5 - 2\sqrt{6} = 10$$

21. $a^3 + 3a^2 + 3a + 2 = 0$ అయితే $(a+1)^{2018} + (a+1)^{2019} + (a+1)^{2020}$ కనుగొనుము.

జ) $a^3 + 3a^2 + 3a + 2 = 0$

$a^3 + 3a^2 + 3a + 1 + 1 = 0$

$(a+1)^3 + 1 = 0$

$(a+1)^3 = -1 \Rightarrow a + 1 = -1$

$(a+1)^{2018} + (a+1)^{2019} + (a+1)^{2020} = (-1)^{2018} + (-1)^{2019} + (-1)^{2020}$

$= 1 + (-1) + 1$

$= 2 - 1 = 1$

22. $x = a(b-c), y = b(c-a)$ మరియు $z = c(a-b)$ అయితే $\left(\frac{x}{a}\right)^3 + \left(\frac{y}{b}\right)^3 + \left(\frac{z}{c}\right)^3$ కనుగొనుము

జ) $\frac{x}{a} = b-c \qquad \frac{y}{b} = c-a \qquad \frac{z}{c} = a-b$

$$\left(\frac{x}{a}\right)^3 + \left(\frac{y}{b}\right)^3 + \left(\frac{z}{c}\right)^3 = (b-c)^3 + (c-a)^3 + (a-b)^3$$ ($a+b+c=0$ అయితే

$$= 3(a-b)(b-c)(c-a)$$ $a^3+b^3+c^3 = 3abc$)

$$= 3.\frac{z}{c}.\frac{x}{a}.\frac{y}{b} = \frac{3xyz}{abc}$$

23. $\frac{154}{69} = a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{d}}}$ అయితే $(c+d)-(a+b) =$ ....విలువ ఎంత ?

జ. $$\frac{154}{69} = 2 + \frac{16}{69} = 2 + \cfrac{1}{\cfrac{69}{16}} = 2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{5}{16}} = 2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{\cfrac{16}{5}}}$$

GRK

$$= 2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{5}}}$$

$a = 2, b = 4, c = 3, c = 5$

$(c+d)-(a+b) = (3+5)-(2+4) = 8-6 = 2$

24. $x^2 + xy = 20$ మరియు $y^2 + xy = 30$ అయిన xy విలవను కనుగొనుము.

జ. $x^2 + xy + y^2 + xy = 20 + 30$

$x^2 + 2xy + y^2 = 50$

$(x+y)^2 = 50$

$(x^2 + xy)(y^2 + xy) = 20 \times 30$

$x(x+y)y(x+y) = 600 \qquad xy(x+y)^2 = 600$

$xy(50) = 60 \qquad xy = \frac{600}{50} \qquad xy = 12$

బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

1. $3x^7+5x^6-2x^5+10x^2$ యొక్క బహుపది పరిమాణం ( )

ఎ) 8 బి) 7 సి) 6 డి) 3

2. $2x-2\left(x-\frac{1}{2}\right)=....$ ( )

ఎ) x బి) $2x$ సి) 2 డి) 1

3. ఒక సంఖ్య యొక్క ముందు మరియు తరువాత సంఖ్యల మొత్తం 116 అయిన ఆ సంఖ్య ( )

ఎ) 58 బి) 59 సి) 57 డి) 60

4. ఒక చతురస్ర వైశాల్యం $A=S^2$ మరియు $A=324$ చ.సెం.మీ అయిన $S=$ ( )

ఎ) 162 బి) $(324)^2$ సి) 18 డి) 16

5. $2x-5>4x-3$ను తృప్తిపరచే విలువ .... ( )

ఎ) 0 బి) 1 సి) –1 డి) –2

6. $3(4m+5)-4(3-2m)=13$ అయిన $m=$ ( )

ఎ) $\frac{1}{2}$ బి) 2 సి) $\frac{1}{4}$ డి) 1

GRK

7. $x=2$ మరియు $y=4$ అయిన $x^{x/y}.y^{x/y}$ ( )

ఎ) 2 బి) 4 సి) $2^{2/3}$ డి) $2^{3/2}$

8. $(-1)^0+(-1)^1+(-1)^2+.......+(-1)^{100}=$ ( )

ఎ) 0 బి) 1 సి) 2 డి) 4

9. $\left(2^3\right)^4=....$ ( )

ఎ) 2^{4^3} బి) $\left(2^{3^4}\right)$ సి) $\left(2^4\right)^3$ డి) 2^7

10. $a+b+c=0$ అయిన $\sqrt{x^a.x^b.x^c}=$ .... ( )

ఎ) 0 బి) 1 సి) –1 డి) x^3

11. $3^x=6561$ అయిన 3^{x-3} విలువ ..... ( )

ఎ) 81 బి) 243 సి) 729 డి) 27

12. $\left(5^0+6^0\right)\times 2^0-7^0=$ ( )

ఎ) 0 బి) 11 సి) 15 డి) 1

13. $(a-1)(a^2-2a+1)=\ldots$ ( )

ఎ) $(a-1)^2$ బి) $(a-1)^3$ సి) a^2-1 డి) 1

14. $y+\frac{1}{2y}=4$ అయిన $y^2+\frac{1}{4y^2}=$ ( )

ఎ) 15 బి) 16 సి) 18 డి) 10

15. $2x+3$ యొక్క బహుపది శూన్య విలువ .... ( )

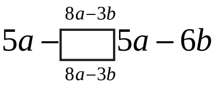
ఎ) −2 బి) −3 సి) $\frac{-3}{2}$ డి) $\frac{-2}{3}$

16. $496\times 492=x^2-4,(x>0)$ అయిన x విలువ ( )

ఎ) 495 బి) 494 సి) 493 డి) 496

17. $46\times 46+54\times 54+2\times 46\times 54=$ ..... ( )

ఎ) 9996 బి) 10004 సి) 9800 డి) 10000

18. 

యొక్క చుట్టు కొలత ( )

ఎ) $26a-18b$ బి) $24a-18b$ సి) $26a+18b$ డి) $22a+16b$

GRK

19. $x=6, y=12$ మరియు $z=-3$ అయిన $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}-\frac{z}{3}=\ldots.$ ( )

ఎ) 2 బి) 3 సి) 6 డి) 7

20. a,b,c,d లు 3 యొక్క మొదటి నాలుగు ఘాతాంకాలు మరియు x,y,z లు మొదటి 3 సహజ సంఖ్యలు అయిన $a^{y-x}b^{z-y}c^{z-x}d^{x+y+z}$ ( )

ఎ) 3^{30} బి) 3^{33} సి) 3^{32} డి) 3^{34}

21. $A=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ మరియు $s=\frac{1}{2}(a+b+c), a=85, b=40, c=75$ అయిన ప్రతిభుజ వైశాల్యము $A=-$ ( )

ఎ) 1475 బి)1516 సి) 1500 డి) 1600

22. $x=2, y=1.15, z=0.01$ అయిన $xy(x^2+y^2)=-$ ( )

ఎ) 0.10276 బి) 0.1058 సి) 12.24175 డి) 0.12572

23. $3x^2y^5z^4$ యొక్క పరిమాణము = − ( )

ఎ) 2 బి) 11 సి) 4 డి) 5

24. $(256)^{0.16}\times(256)^{0.09}=-$ ( )

ఎ) 256 బి) 64 సి) 16 డి) 4

25. $\left[1+2^2+3^3+4^4+...+100^{100}\right]^0=-$

ఎ) 0 బి) 1 సి) 100 డి) 100^{100}

26. $\left[\left(\frac{-4}{3}\right)^{-3}\right]^2$ విలువ - ( )

ఎ) $\frac{3}{4}$ బి) $-\frac{3}{4}$ సి) $\frac{1024}{243}$ డి) $\frac{729}{4096}$

27. $(1+x)^{1+x^2+2x}$ = 4^{16} అయిన 'x' విలువ - ( )

ఎ) 1 బి) 2 సి) 3 డి) 25

28. $\frac{8^8(11111)^4}{(88888)^4}=-$ ( )

ఎ) 2796 బి) 4396 సి) 4096 డి) 1824

29. $a^{x-y+1}a^{y-z+1}a^{z-x+1}=-$ ( )

ఎ) a^3 బి) a^4 సి) a డి) a^2

30. $\left[1^3+2^3+3^3+4^3\right]^{\frac{-3}{2}}$ యొక్క విలువ - ( )

ఎ) 4000 బి) $\frac{1}{4000}$ సి) 100 డి) $\frac{1}{1000}$

31. $8^{x+2}=2^{4x-3}$ అయిన $x=-$ ( )

ఎ) 5 బి) 9 సి) 7 డి) 6

32. $m=3,\ n=2$ అయిన $2m^3+3n^2-5m^2n=-$ ( )

ఎ) −24 బి) 26 సి) 24 డి) −26

33. $x^y=y^x$ అయిన $\left(\frac{x}{y}\right)=$ .... ( )

ఎ) $x^{x/y}$ బి) $x^{\frac{x-y}{y}}$ సి) $x^{\frac{y}{x}}$ డి) $x^{\frac{y-x}{x}}$

34. 0.0084ను ప్రామాణిక రూపంలో రాయగా ( )

ఎ) 84×10^{-4} బి) 8.4×10^{-3} సి) 0.84×10^{-2} డి) 840×10^{-1}

35. $3x^2+4x+a=18$ మరియు $x=-1$ అయిన 'a' విలువ ( )

ఎ) 17 బి) 18 సి) 19 డి) 20

GRK

36. $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^c \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^a \times \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^b =$ ( )

ఎ) 0 బి) 1 సి) 2 డి) 3

37. $x = 6, y = 12$ మరియు $z = -3$ అయిన $\frac{3x}{2} + \frac{y}{4} - \frac{z^2}{3} =$ ( )

ఎ) 2 బి) 3 సి) 6 డి) 9

38. $p + q + r = 124$, $p - q = 26$ మరియు $q - r = 7$ అయిన p, q, r ల క్రమము ( )

ఎ) 35,61,28 బి) 61,28,35 సి) 28,35,61 డి) 61,35,28

39. $7 - \{3x - (4x - 5) - 3\} = 0$ అయిన x విలువ ( )

ఎ) –3 బి) –4 సి) –6 డి) –5

40. x ను 4చే భాగించి 13 కలుపగా ఫలితం 33 అయిన $x =$ ( )

ఎ) 20 బి) 46 సి) 80 డి) 113

41. P యొక్క వర్గము మరియు P కి 4 రెట్లకన్నా 3 ఎక్కువ లబ్ద సమీకరణము ( )

ఎ) $P^2 \times (4P + 3)$ బి) $P^2 \times (3P + 4)$ సి) $P^2 \times (4P - 3)$ డి) $P^2 \times (3P - 4)$

GRK

42. $\frac{m}{5} = 6$ మరియు $P - 4 = 8$ అయిన $m + P$ విలువ ( )

ఎ) 43 బి) 41 సి) 42 డి) 44

43. $C = \frac{5}{9}(F - 32)$లో F ను కర్తగా రాయగా ఫలితం ( )

ఎ) $F = \frac{5}{9}C + 32$ బి) $F = \frac{5}{9}C - 32$ సి) $F = \frac{5}{9}C \pm 32$ డి) $F = \frac{9}{5}C + 32$

44. నాలుగు వరుస పూర్ణ సంఖ్యల మొత్తం 70. అయిన వాటిలో పెద్ద సంఖ్య .... ( )

ఎ) 19 బి) 23 సి) 17 డి) 16

45. 1 మీ 75 సెం.మీ పొడవుగల రిబ్బను $3\frac{4}{7}$ సెం.మీ కొలతలుగల ముక్కలుగా ( )

కత్తిరించిన వచ్చు మొత్తం ముక్కల సంఖ్య = ...

ఎ) 49 బి) 50 సి) 51 డి) 52

46. $a - b = 2$ అయిన $a^2 + 2b - 4$ విలువ 'b'లలో వ్రాయగా ( )

ఎ) $b^2 - 6b + 4$ బి) $b^2 + 4b$ సి) $b^2 + 6b$ డి) $b^2 + 6b - 4$

47. $A=\frac{1}{4}+\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$ మరియు $B=\frac{1}{5}+\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$ అయిన $A+B=$ ( )

ఎ) $\frac{197}{20}$ బి) $\frac{189}{20}$ సి) $\frac{191}{20}$ డి) $\frac{193}{20}$

48. 25000సంఖ్య యొక్క ఘనములో వచ్చు మొత్తం సున్నాల సంఖ్య ( )

ఎ) 27 బి) 9 సి) 6 డి) 25

49. $2x+1=5$కి సమానమైన సర్వసమీకరణము ( )

ఎ) $3x+1=5$ బి) $x=4$ సి) $6x+3=15$ డి) $4x+2=16$

50. $x+\frac{1}{x}=6$ అయిన $x^2+\frac{1}{x^2}=$ ( )

ఎ) 34 బి) 36 సి) 32 డి) 38

51. స్థిరరాశి యొక్క పరిమాణము ( )

ఎ) 1 బి) 2 సి) 0 డి) నిర్వచింపబడును

52. $A=x^2+x+1, B=x^2-x+1$ అయిన $A+B=$ ( )

ఎ) $2x^2+1$ బి) $2x^2+2$ సి) $2x^2-2x+2$ డి) $2x^2+2x+2$

53. $x+2$ యొక్క సంకలన విలోమము ( )

ఎ) $2x$ బి) $-x+2$ సి) $x-2$ డి) $-x-2$

54. $P=3x-4y-8Z, Q=-10y+7x+11Z, R=19Z-6y+4x$ అయిన ( )

$P-Q+R=$ ....

ఎ) $13x-20y+16Z$ బి) $x+y+z$ సి) 0 డి) $2x-4y+3z$

55. $x=5$ మరియు $y=x+7$ అయిన $\sqrt{x^2+y^2}=$ ( )

ఎ) 13 బి) 17 సి) 26 డి) 65

56. $a^4-8a^2b^2+b^4$ కంటే $a^4+4a^2b^2+b^4$ ఎంత ఎక్కువ ( )

ఎ) $12ab^2$ బి) $12a^2b^2$ సి) $2a^4+2b^4$ డి) $12ab^2$

57. $ab=1$ అయిన $\frac{1}{1+a^{-1}}+\frac{1}{1+b^{-1}}=$ ( )

ఎ) 0 బి) $a+b$ సి) 1 డి) $a-b$

58. $a+b+c=22$ మరియు $ab+bc+ca=54$ అయిన $a^2+b^2+c^2=$ ( )

ఎ) 376 బి) 75 సి) 377 డి) 375

GRK

59. $a+b=11$ మరియు $ab=30$ అయిన $a-b=$ ( )

ఎ) −1 బి) 2 సి) 330 డి) 19

60. $\frac{bx\left(a^2x^2+2a^2y^2+b^2y^2\right)+ay\left(a^xx^2+2b^2x^2+b^2y^2\right)}{\left(ax+by\right)^2}$ ( )

ఎ) $a\left(x+y\right)$ బి) $bx+ay$ సి) $ax+by$ డి) $b\left(x+y\right)$

61. $C=\frac{x-a}{x-b}$ అయిన $x=$ ( )

ఎ) $\frac{bc-a}{c-1}$ బి) $\frac{c-a}{c-b}$ సి) $\frac{c+a}{c+b}$ డి) $\frac{1-c}{a-bc}$

62. $\frac{x-a}{b+c}+\frac{x-b}{c+a}+\frac{x-c}{a+b}=3$ అయిన $x=....$ ( )

ఎ) abc బి) $\frac{1}{abc}$ సి) $a+b+c$ డి) $\frac{1}{a+b+c}$

63. $5^m=125$లో 'm' విలువ.... ( )

ఎ) 3 బి) 6 సి) 2 డి) 4

GRK

64. $p^3q^3+p^2q+p^4$ యొక్క బహుపది పరిమాణము ( )

ఎ) 4 బి) 5 సి) 6 డి) 3

65. ఒక చతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత $6x+2$ అయిన భుజం ... ( )

ఎ) $\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$ బి) $3x+1$ సి) $\frac{1}{2}x+1$ డి) $24x+8$

66. x^2-1 యొక్క కారణాంకం కానిది ( )

ఎ) $x-1$ బి) $x+1$ సి) 2 డి) x^2-1

67. $\frac{y+6}{5}=14+y$ అయిన $y=$ ( )

ఎ) -14 బి) 16 సి) -16 డి) 5

68. $\left[\left(\frac{-2}{3}\right)^{-2}\right]^2$ విలువ ( )

ఎ) $5\frac{1}{6}$ బి) $5\frac{1}{16}$ సి) $4\frac{7}{16}$ డి) $\frac{9}{16}$

69. $6x^2 - x - 15$ యొక్క ఒక కారణాంకం $(2x+3)$ అయిన రెండవది ( )

ఎ) $3x-5$ బి) $3x+5$ సి) $5x-3$ డి) $2x-3$

70. $x^2+6x+9=(x+3)(x-a)$ అయిన $a=$ ( )

ఎ) –3 బి) 3 సి) 2 డి) –2

71. $(.9)^2+(.1)^2+2(.09)=$ ..... ( )

ఎ) .1 బి) .9 సి) 2 డి) 1

72. $13^x=169$ అయిన $x=$ .... ( )

ఎ) 2 బి) 13 సి) 3 డి) 1

73. $1^3+2^3+3^3+4^3=x^2$ అయిన $x=$ ... ( )

ఎ) 5 బి) 7 సి) 10 డి) 15

74. 6వ త్రిభుజ సంఖ్య ( )

ఎ) 6 బి) 10 సి) 21 డి) 28

75. $x+y=8$ మరియు $xy=15$ అయిన $x^2+y^2=$...... ( )

ఎ) 32 బి) 34 సి) 36 డి) 38

76. $\dfrac{6.4\times 6.4-3.6\times 3.6}{6.4-3.6}=$ .... ( )

GRK

ఎ) 10 బి) 2.8 సి) 12 డి) 4.6

77. $A=5m+11n-15p,\ B=12m-13n+19p,\ C=7m-6n+21p$ అయిన ( )
$A+B-C=\cdots$

ఎ) $24m-8n+25p$ బి) $10m+4n-17p$

సి) $17m-2n+4p$ డి) $12m+5n-4p$

78. $x^2-2y+xy-4$ యొక్క కారణాంకాలు ( )

ఎ) $(x-2)$ మరియు $(x+2+y)$ బి) $(x+2)$ మరియు $(x+2-y)$

సి) $(x-y)$ మరియు $(x+2y-1)$ డి) $(x+y)$ మరియు $(x-2y+2)$

79. $(2x+3y)^2-(2x-3y)^2=$ ( )

ఎ) $6xy$ బి) $12xy$ సి) $18xy$ డి) $24xy$

80. 'n' అనేది ఒక ధన పూర్ణ సంఖ్య $n(n+1)(n+2)$ అనేది ( )

ఎ) n సరి సంఖ్య అయినపుడు మాత్రమే సరి సంఖ్య అవుతుంది

బి) n బేసి సంఖ్య అయినపుడు మాత్రమే సరి సంఖ్య అవుతుంది

సి) n బేసి సంఖ్య అయినపుడు బేసి సంఖ్య అవుతుంది.

డి) n సరి సంఖ్య అయిన అది 4చే భాగించబడుతుంది.

ప్రాక్టీస్ బిట్స్ - 2

1. $1-\dfrac{1}{1+\dfrac{a}{1-a}}$ యొక్క సూక్ష్మరూపం ( )

ఎ) a, if $a \neq 0$ బి) 1 సి) a, if $a \neq -1$

2. $a^x = c^q = b$, $c^y = a^z = b$ అయిన ( )

ఎ) $xy = qz$ బి) $\dfrac{x}{y} = \dfrac{q}{z}$ సి) $x + y = q + z$ డి) $x - y = q - z$

3. $\dfrac{1}{1+a^{n-m}} + \dfrac{1}{1+a^{m-n}} =$ ( )

ఎ) 0 బి) $\dfrac{1}{2}$ సి) 1 డి) a^{m+n}

4. $\dfrac{1}{1+x^{b-a}+x^{c-a}} + \dfrac{1}{1+x^{a-b}+x^{c-b}} + \dfrac{1}{1+x^{b-c}+x^{a-c}} =$ ( )

ఎ) 0 బి) 1 సి) x^{a-b-c} డి) x^{a+b+c}

5. $lmn = 1$ అయిన $\dfrac{1}{1+l+m^{-1}} + \dfrac{1}{1+m+n^{-1}} + \dfrac{1}{1+n+l^{-1}} =$ ( )

GRK

ఎ) lmn బి) $l+m+n$ సి) 1 డి) 0

6. ఒక గది పొడవు 9.0085×10^{-2} సెం.మీ అయిన ఈ క్రింది వానిలో గది పొడవుకు సరియైనది ( )

ఎ) 0.90085 సెం.మీ బి) 0.090085 సెం.మీ

సి) 900.85 సెం.మీ డి) 9008.5 సెం.మీ

7. $\sqrt{\dfrac{8^{10}+4^{10}}{64^2+4^9 \times 16}} = \ldots..$ ( )

ఎ) 8 బి) 16 సి) 36 డి) 256

8. $a^x = \sqrt{b}, b^y = \sqrt[3]{C}$ మరియు $C^z = \sqrt{a}$ అయిన $xyz = \ldots$ ( )

ఎ) $\dfrac{1}{2}$ బి) $\dfrac{1}{3}$ సి) $\dfrac{1}{6}$ డి) $\dfrac{1}{12}$

9. $(-7)^{-1}$ను ఏ సంఖ్యచే గుణించిన ఫలితం 10^{-1} వస్తుంది ( )

ఎ) $-\dfrac{7}{10}$ బి) $-\dfrac{10}{7}$ సి) $\dfrac{7}{10}$ డి) $\dfrac{10}{7}$

10. $4^x - 4^{x-1} = 24$ అయిన $2x$ విలువ ( )

ఎ) 5 బి) 4 సి) 3 డి) 2

11. $\dfrac{3^{-5} \times 10^{-5} \times 125}{5^{-7} \times 6^{-5}}$ .... ( )

ఎ) 5^2 బి) 5^3 సి) 5^4 డి) 5^5

12. $\dfrac{a+b-c}{c} = \dfrac{a-b+c}{b} = \dfrac{-a+b+c}{a} = 1$ అయిన $\dfrac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc} =$ ( )

ఎ) 0 బి) 1 సి) 8 డి) 12

13. $7^{2n+1} \div 49 = 7^3$ అయిన $n =.$ ( )

ఎ) 1 బి) 2 సి) 7 డి) 3

14. $x = a\left(\dfrac{m^2+n^2}{2mn}\right)^{1/2}$ అయిన $\dfrac{\sqrt{x^2+a^2}+\sqrt{x^2-a^2}}{\sqrt{x^2+a^2}-\sqrt{x^2-a^2}} =$ ( )

ఎ) mn బి) $m+n$ సి) $m-n$ డి) m/n

15. $\dfrac{\left(a+\frac{1}{b}\right)^x \left(a-\frac{1}{b}\right)^y}{\left(b+\frac{1}{a}\right)^x \left(b-\frac{1}{a}\right)^y} =$ .... ( )

ఎ) $(ab)^{xy}$ బి) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{xy}$ సి) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{x+y}$ డి) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{x-y}$

16. $\left(x^{m+n}\right)^{m-n}.\left(x^{n+p}\right)^{n-p}.\left(x^{p+m}\right)^{p-m} =$ ( )

ఎ) 0 బి) 1 సి) $p+m$ డి) mnp

17. $\sqrt[m]{(512)^n} = 64$ అయిన $\dfrac{m}{n} =$ .... ( )

ఎ) $\dfrac{2}{3}$ బి) $\dfrac{3}{2}$ సి) $\dfrac{9}{2}$ డి) $3/4$

18. $\sqrt[mn]{\left(x^n\right)^m} = 0.2$ అయిన x^3.... ( )

ఎ) 0.04 బి) 0.08 సి) 0.008 డి) 0.0016

GRK

19. $\frac{36^{7/2}-36^{9/2}}{36^{5/2}}=....$ ( )

ఎ) 1260 బి) 1296 సి) –1260 డి) –1296

20. $a^{1/3}+b^{1/3}+c^{1/3}=0$ మరియు $(a+b+c)^3=kabc$ అయిన $k=$ ( )

ఎ) 3 బి) 9 సి) 27 డి) 81

21. $a+b+c=0$ అయిన $x^{\frac{a^2}{bc}}.x^{\frac{b^2}{ac}}.x^{\frac{c^2}{ab}}=$ .... ( )

ఎ) 2 బి) x^3 సి) x^{abc} డి) $x^{a^2b^2c^2}$

22. $x=2\sqrt{2}+7$ అయిన $x+\frac{1}{x}=$ .... ( )

ఎ) $4\sqrt{2}$ బి) $2\sqrt{3}$ సి) 7 డి) 1

23. $a=x+\sqrt{x^2+1}$ అయిన $x=$ .... ( )

ఎ) $\frac{1}{2}\left(a-\frac{1}{a}\right)$ బి) $\frac{1}{2}\left(a+\frac{1}{a}\right)$ సి) 2 డి) $a-a^{-1}$

24. $x=7+4\sqrt{3}$ మరియు $xy=1$ అయిన $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=$ .... ( )

GRK

ఎ) 64 బి) 134 సి) 194 డి) $\frac{1}{49}$

25. $x-\frac{1}{x}=a$ అయిన $x^3-\frac{1}{x^3}=$ ..... ( )

ఎ) a^3 బి) $3a$ సి) a^3-3a డి) a^3+3a

26. $\frac{(a-b)^2}{(b-c)(c-a)}+\frac{(b-c)^2}{(a-b)(c-a)}+\frac{(a-c)^2}{(a-b)(b-c)}=$ ( )

ఎ) $3abc$ బి) $3(a-b)(b-c)(c-a)$ సి) 0 డి) 1

27. $a+b+c=0$ అయిన $\frac{1}{b^2+c^2-a^2}+\frac{1}{c^2+a^2-b^2}+\frac{1}{a^2+b^2-c^2}$ ( )

ఎ) abc బి) $\frac{1}{abc}$ సి) 0 డి) 1

28. $x+y+z=0$ అయిన $\frac{(x+y)(y+z)(z+x)}{xyz}=$ ( )

ఎ) –1 బి) 1 సి) 0 డి) $3xyz$

29. $x+y=2z$ అయిన $\frac{x}{x-z}+\frac{z}{y-z}=\ \ldots$ ( )

ఎ) $1+x$ బి) yz సి) 1 డి) xyz

30. $x+\frac{1}{y}=1$ మరియు $y+\frac{1}{z}=1$ అయిన $z+\frac{1}{x}=$ ( )

ఎ) xyz బి) 0 సి) $\frac{x}{y}$ డి) 1

31. $a=b=c$ అయిన $\frac{(a+b+c)^2}{a^2+b^2+c^2}=\ \ldots\ldots.$ ( )

ఎ) 1 బి) 2 సి) 3 డి) 4

32. $\frac{1}{2}(a+b+c)\left[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right]=$ ( )

ఎ) $a^3+b^3+c^3+3abc$ బి) $a^{3^3}+b^{3^3}+c^{3^3}-3abc$

సి) $a^3+b^3+c^3+3abc(a+b+c)$ డి) $3abc$

33. $a+b+c=9$ మరియు $a^2+b^2+c^2=29$ అయిన $a^2+b^2+c^2-3abc=$ ( )

ఎ) 9 బి) 3 సి) 27 డి) 81

GRK

34. $x=a(b-c), y=b(c-a)$ మరియు $z=c(a-b)$ అయిన ( )

$\left(\frac{x}{a}\right)^3+\left(\frac{y}{b}\right)^3+\left(\frac{z}{c}\right)^3=$

ఎ) $\frac{3xyz}{abc}$ బి) $\frac{xyz}{abc}$ సి) 1 డి) $3xyzabc$

35. $a=1$ వద్ద $15a^3-(3a^2-1)-(4a^4+a^3-3)+(a^3-1)=$ ( )

ఎ) 11 బి) 1 సి) 10 డి) 17

36. $\frac{(83\times83\times83)+(27\times27\times27)}{(83\times83)-(83\times27)+27\times27}=$ ( )

ఎ) 166 బి) 110 సి) 56 డి) 54

ప్రాక్టీస్ బిట్స్ - 3

1. $x^2+1=2x$ అయిన $x^7+x^5+x^4+x^{-9}+x^{-8}=$ ( )

ఎ) 0 బి) 4 సి) 5 డి) 8

2. $2^x+2^{x+1}+2^{x+2}+.....+2^{x+7}=255$ అయిన $x=$ ( )

ఎ) 0 బి) 2 సి) −1 డి) 1

3. $\frac{154}{69}=a+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{c+\cfrac{1}{d}}}$ అయిన $(c+d)-(a+b)=$ ( )

ఎ) 4 బి) 5 సి) 6 డి) 2

4. $x+y+z=0$ అయిన $\frac{x^2}{yz}+\frac{y^2}{zx}+\frac{z^2}{xy}=$ ( )

ఎ) $\sqrt{3}$ బి) $3\sqrt{3}$ సి) 3 డి) 0

5. $2^n-2^{n-1}=4$ అయిన $n^n=$ ( )

ఎ) 1 బి) 3/2 సి) 2 డి) 27

GRK

6. $\frac{(3.63)^2-(2.37)^2}{3.63-2.37}=$ ( )

ఎ) 6 బి) 1.36 సి) 2.26 డి) 1.26

7. $\left(x^6.y^{-5/4}\right)^{-4/3}=$ ( )

ఎ) $x^{-24}y$ బి) $x^{-8}y^{5/3}$ సి) $x^8.y^{-5/3}$ డి) $x^{-8}.y^{-5/3}$

8. $\left(\frac{7}{5}\right)^{-8}\times\left(\frac{7}{5}\right)^{-12}=\left(\frac{7}{5}\right)^{5x}$ అయిన $x=$ ( )

ఎ) 5 బి) −5 సి) 4 డి) −4

9. a,b,cలు మూడు ధన వాస్తవ సంఖ్యలు $a(b+c)=44,\ b(c+a)=50, c(a+b)=54$ అయిన $abc=$ ( )

ఎ) 210 బి) 120 సి) 126 డి) 156

10. $x=5$ అయిన $(x+2)(2x-1)+(2x+1)(3x-4)$ ( )

ఎ) 0 బి) 124 సి) 168 డి) 184

11. a,b,cలు మూడు వాస్తవ సంఖ్యలు $a-7b+8c=4$ మరియు $8a+4b-c=7$ ( )
అయిన $a^2-b^2+c^2=$ ....
ఎ) 4 బి) 1 సి) 5 డి) 11

12. a,b,cలు మూడు వాస్తవ సంఖ్యలు $a+b+c=7, a^2+b^2+c^2=35$ ( )
$a^3+b^3+c^3=151$ అయిన $abc=$ విలువ
ఎ) -15 బి) 1 సి) 5 డి) 11

13. $(a-1)^2+(b-2)^2+(c-3)^2+(d-4)^2=0$ అయిన $abcd+1=\cdots$ ( )
ఎ) 0 బి) 1 సి) 25 డి) 24

14. $a^2-b^2=21$ మరియు $a^2+b^2=29$ అయిన $ab=\ldots.$ ( )
ఎ) 10 బి) 0 సి) 25 డి) 16

15. a,b,cలు మూడు ప్రధాన సంఖ్యలు $abc=17(a+b+c)$ అయిన ( )
a,b,cలు వరుసగా
ఎ) 19,07,2 బి) 17,09,2 సి) 13,19,17 డి) 2,17,19

16. $a^3+3a^2+3a+2=0$ అయిన $(a+1)^{2018}+(a+1)^{2019}+(a+1)^{2020}=$ ( )
ఎ) 0 బి) 1 సి) 2 డి) -1

GRK

17. a,b,cలు మూడు వాస్తవ సంఖ్యలు $a^2+4b^2+16c^2=48$ మరియు ( )
$ab+4bc+2ca=24$ అయిన $a+2b+4c=$
ఎ) 144 బి) 12 సి) 121 డి) 11

18. $\dfrac{\left(2^4\right)^6}{\left(4^6\right)^2}=$ .... ( )
ఎ) 20 బి) 32 సి) 1 డి) 8

19. మూడు సంఖ్యల మొత్తం 150, రెండవ సంఖ్య మొదటి సంఖ్యకు 3 రెట్లు ( )
మరియు మూడవ సంఖ్య రెండవ సంఖ్య రెట్టింపుకు 10 తక్కువ అయిన
రెండవ సంఖ్య ఎంత ?
ఎ) 16 బి) 36 సి) 86 డి) 48

20. రెండు సంఖ్యల మొత్తం 7. ఒక సంఖ్య నుండి మరొక సంఖ్యను తీసివేసిన ( )
ఫలితం 5 అయిన ఆ సంఖ్యలు
ఎ) 6,3 బి) 6,1 సి) 2,7 డి) 8,1

21. $x^2+xy=20$ మరియు $y^2+xy=30$ అయిన $xy=$ ( )

ఎ) 8 బి) 10 సి) 12 డి) 14

22. $3x-y=12$ అయిన $\frac{8^x}{2^y}=$ ( )

ఎ) 2^{12} బి) 12^2 సి) 3^{12} డి) 16

23. $\sqrt{x-3}=y$ మరియు $\sqrt{y-4}=z$ మరియు $\sqrt{z-5}=2$ అయిన $x=$ ( )

ఎ) 6129 బి) 6565 సి) 7103 డి) 7228

24. $\frac{x}{y+z}=\frac{y}{z+x}=\frac{z}{x+y}$ అయిన ప్రతి భిన్నము … కి సమానం ( )

ఎ) $\frac{1}{2}$ బి) −1 సి) $\frac{1}{2}$ లేదా −1 డి) $\frac{1}{2}$ లేదా1

25. $a+b=123, b+c=37, c+a=40$ అయిన $\sqrt{a+b+c}=$ ( )

ఎ) 30 బి) 20 సి) 10 డి) 18

26. $x^{\sqrt{x}}=\left(\sqrt{x}\right)^x$ అయిన $x=$ … ( )

ఎ) 2 బి) 3 సి) 4 డి) 1

GRK

27. $\frac{2^{n+2}-2^{n+1}}{4\times 2^{n-1}}=$ ( )

ఎ) 1 బి) 2 సి) 3 డి) 4

28. $x^{ab}+1$ కి x^a+1 ఒక కారణాంకం అయిన 'b' అనేది… సంఖ్య ( )

ఎ) బేసి సంఖ్య బి) సరి సంఖ్య సి) ఋణ సంఖ్య డి) కరణీయ సంఖ్య

29. $(-2.56\times 4.2)^0=$…… ( )

ఎ) 0 బి) 1 సి) 10.752 డి) −10.752

30. 'a'కి మూడవ వంతుకు m కలిపి రెట్టింపు చేయగా వచ్చు బీజియ సమాసం ( )

ఎ) $\frac{1}{3}(2a+m)$ బి) $2+\left(\frac{1}{3}a+m\right)$ సి) $\frac{2}{3}a+m$ డి) $2\left(\frac{1}{3}a+m\right)$

31. ఒక సంఖ్య యొక్క మూడవ వంతు, దాని నాలుగవ వంతు, దాని ఏడవ వంతు ( )
20 అయిన ఆ సంఖ్య …

ఎ) 420 బి) 240 సి) 1680 డి) 560

32. $\left(\frac{a^{11}}{a^{13}}\right)^{\frac{1}{143}} \times \left(\frac{a^{13}}{a^{7}}\right)^{\frac{1}{91}} \times \left(\frac{a^{7}}{a^{11}}\right)^{\frac{1}{77}} = \ldots\ldots$ ( )

ఎ) a బి) $\frac{1}{a}$ సి) 1 డి) –1

33. $2^{5/2} - 2^{3/2}$ విలువ .... ( )

ఎ) $2\sqrt{2}$ బి) $3\sqrt{2}$ సి) $5\sqrt{2}$ డి) $\sqrt[3]{2}$

34. $12 \div \left[2(6-7+4)\right] \times 2 =$ ( )

ఎ) 2 బి) 4 సి) 6 డి) 8

35. $12 \div 2(6-7+4) \times 2 =$ ( )

ఎ) 2 బి) 4 సి) 36 డి) 18

36. $2(3+2x)-5(x-1)=12$ అయిన $x =$ ( )

ఎ) –3 బి) –2 సి) –1 డి) 1

37. $5^{x} = 1000$ అయిన $5^{x-2} =$ ( )

ఎ) 10 బి) 20 సి) 80 డి) 40

GRK

38. $1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25=$ ( )

ఎ) 13^2 బి) 14^2 సి) 11^2 డి) 12^2

39. $3x - \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}x - 4x = \ldots\ldots$ ( )

ఎ) 2 బి) 1 సి) 0 డి) –1

40. $a=0, b=1$ అయిన $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4) =$ .... ( )

ఎ) –1 బి) 0 సి) 1 డి) 2

LEVEL - 1, ANSWERS

1. B	16. B	31. B	46. C	61. A	76. A
2. D	17. D	32. A	47. B	62. C	77. B
3. A	18. A	33. B	48. B	63. A	78. A
4. C	19. D	34. B	49. C	64. C	79. D
5. D	20. B	35. C	50. A	65. A	80. D
6. A	21. C	36. B	51. C	66. C	
7. D	22. C	37. D	52. B	67. C	
8. B	23. B	38. D	53. D	68. A	
9. C	24. D	39. C	54. C	69. A	
10. B	25. B	40. C	55. A	70. A	
11. B	26. D	41. A	56. B	71. D	
12. D	27. C	42. C	57. C	72. A	
13. B	28. C	43. D	58. A	73. C	
14. A	29. A	44. A	59. A	74. C	
15. C	30. D	45. A	60. B	75. B	

LEVEL - 2, ANSWERS

1. A	10. A	19. C	28. A
2. A	11. D	20. C	29. C
3. C	12. C	21. B	30. D
4. B	13. B	22. A	31. C
5. C	14. D	23. A	32. B
6. B	15. C	24. C	33. C
7. B	16. B	25. D	34. A
8. D	17. B	26. C	35. A
9. A	18. C	27. C	36. B

GRK

LEVEL - 3, ANSWERS

1. C	11. B	21. C	31. C
2. A	12. A	22. A	32. C
3. D	13. C	23. D	33. A
4. C	14. A	24. C	34. B
5. D	15. D	25. C	35. C
6. A	16. B	26. C	36. C
7. B	17. B	27. A	37. D
8. D	18. C	28. A	38. A
9. B	19. D	29. B	39. C
10. D	20. B	30. D	40. A

3 . నిష్పత్తి - అనుపాతం

నిష్పత్తి : ఒకే ప్రమాణంలో గల రాశుల క్రమానుగత పోలికను నిష్పత్తి అంటారు. రెండు రాశులను a, b ల నిష్పత్తి a : b గా వ్రాస్తాము. దీనిలో 'a' ను పూర్వ పదమని 'b' ను పర పదమని అంటారు.

అనుపాతము : రెండు నిష్పత్తుల సమానత్వాన్ని అనుపాతము అంటారు. a : b = c : d అయిన a : b :: c : d అని వ్రాస్తాము. మరియు a, b, c, d లు అనుపాతంలో ఉన్నాయంటాము. ఇక్కడ a, d లు అంత్యములు మరియు b, c లు మధ్యమములు.

మధ్యముల లబ్ధము = అంత్యముల లబ్ధము

a : b :: c : d $\Leftrightarrow$ a x d = b x c

(i) మధ్యమ అనుపాత రాశి : a, b లకు మధ్యమ అనుపాత రాశి $\sqrt{ab}$.

(ii) తృతీయ అనుపాత రాశి : a : b = b : c అయితే c ను a, b లకు తృతీయ అనుపాత రాశి అంటారు.

(iii) చతుర్థ అనుపాత రాశి : a : b = c : d అయితే d ను చతుర్థ అనుపాత రాశి అంటారు. $d = \frac{bc}{a}$

ఏకవస్తు మార్గం : మొదటగా ఒక రాశి విలువను కనుగొని తర్వాత కావలసిన రాశుల విలువను కనుగొనే పద్ధతిని ఏకవస్తుమార్గం అంటారు.

GPK

అనులోమానుపాతం : ఒక రాశిలోని పెరుగుదల (తరుగుదల) మరొక రాశిలోని పెరుగుదల (తరుగుదల) కు కారణమైతే ఆ రాశులు అనులోమానుపాతంలో ఉన్నాయంటాము. a, b రెండు రాశులు అనులోమానుపాతంలో ఉంటే $a \alpha b$ అని వ్రాస్తాము. లేదా a = kb k ఒక స్థిరరాశి.

విలోమానుపాతం : ఒక రాశిలోని పెరుగుదల (తరుగుదల) మరొకరాశిలోని తరుగుదల (పెరుగుదల) కు కారణమైతే ఆ రాశులు విలోమానుపాతంలో ఉంటాయి. a, b రెండు రాశులు విలోమానుపాతంలో ఉంటే

$a \alpha \frac{1}{b}$ లేదా $a = k\frac{1}{b}$ k స్థిరరాశి ab = k

శాతము : శాతము అంటే నూటికి అని అని అర్థం. శాతమునకు గుర్తు %.

నిత్యజీవితంలో లాభనష్టాలు, రుసుములు, వడ్డీలను గణించడంలో శాతాలను ఉపయోగిస్తారు.

$X\%$ ను భిన్నంగా వ్రాయడం : $X\% = \frac{X}{100}$.

$\frac{a}{b}$ ను శాతంగా వ్రాయడం = $\frac{a}{b} = \left(\frac{a}{b} X\, 100\right)\%$

(i) ఒక పట్టణ జనాభా ఇప్పుడు P ఉంది అనుకుంటే అది సంవత్సరానికి R% పెరుగుతూ ఉంటే

(i) n సం॥ తరువాత జనాభా = $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$

(ii) n సం॥ క్రితం జనాభా = $\frac{P}{\left(1+\frac{R}{100}\right)^n}$

(ii) ఒక వస్తువు ప్రస్తుత విలువ P అనుకొనిన సంవత్సరానికి R% రేటుతో తరుగుదల ఉంటే

(i) n సం॥ తరువాత వస్తువు విలువ = $P\left(1-\frac{R}{100}\right)^n$

(ii) n సం॥ క్రితం వస్తువు విలువ = $\frac{P}{\left(1-\frac{R}{100}\right)^n}$

(iii) B కంటే A, R% ఎక్కువైతే అప్పుడు A కంటే B తక్కువ అయ్యేది = $\left[\frac{R}{100+R} X\,100\right]\%$

B కంటే A, R% తక్కువ అయితే B కంటే A $\left[\frac{R}{100-R} X\,100\right]\%$ ఎక్కువ అవుతుంది.

లాభము : అమ్మినవెల – కొన్నవెల నష్టము : కొన్నవెల – అమ్మినవెల

లాభ, నష్టాలు ఎల్లప్పుడు కొన్నవెలపై గణిస్తారు.

లాభ శాతం = $\frac{\text{లాభం}}{\text{కొన్నవెల}} \times 100$ నష్ట శాతం = $\frac{\text{నష్టము}}{\text{కొన్నవెల}} \times 100$

కొన్నవెల = $\frac{100}{(100+\text{ లాభం } \%)}$ X అమ్మినవెల; కొన్నవెల = $\frac{100}{(100-\text{ నష్టం } \%)}$ X అమ్మినవెల

అమ్మినవెల = $\frac{(100+\text{ లాభం } \%)}{100}$ X కొన్నవెల; అమ్మినవెల = $\frac{(100-\text{ నష్టం } \%)}{100}$ X కొన్నవెల;

GRK

డిస్కౌంటు : డిస్కౌంటు అనేది ప్రకటన వెలపై తగ్గుదల శాతం, వస్తువు ప్రకటన వెలలో తగ్గింపును తగ్గింపు లేదా డిస్కౌంటు అంటారు. డిస్కౌంటును ప్రకటన వెలపై లెక్కిస్తాము.

VAT : **Value Added Tax**

VAT ను వస్తువు అమ్మకపు వెలపై లెక్కిస్తారు.

VAT అనేది అమ్మకపు వెలపై పెరుగు శాతం.

మూలధనం : కొంత కాలానికి అప్పుగా తీసుకున్న డబ్బును మూలధనం అంటారు.

సాధారణ వడ్డీ : కొంతకాలం వరకు అప్పు తీసుకున్న మొత్తంపై వడ్డీ ఒకేరేటుతో మొత్తం కాలానికి గణన చేస్తే ఆ వడ్డీని సరళ వడ్డి లేదా సాధారణ వడ్డి అంటారు.

మూలధనం **P,** వడ్డీరేటు **R%** సంవత్సరానికి. కాలం **T** సం॥ అయితే

సాధారణ వడ్డి $I=\frac{PTR}{100}$

మొత్తం **A** = అసలు + వడ్డి = **P + I**

చక్రవడ్డీ : చక్రవడ్డీ అనేది వడ్డీపై వడ్డీని లెక్కిస్తుంది.

సంవత్సరమునకు ఒకసారి తిరిగి వడ్డీ కట్టు పద్ధతిని చక్రవడ్డీ ప్రకారం

n సంవత్సరములకు అయ్యే మొత్తము $A=P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$

ప్రతి అర్థ సంవత్సరమునకు వడ్డీ లెక్కిస్తే $A=P\left(1+\frac{R}{100}\right)^{2n}$

1) 132 లీటర్ల మిశ్రమంలో పాలు, నీరు ల నిష్పత్తి 5:6 ఆ మిశ్రమానికి ఎన్ని నీళ్ళను కలిపితే పాలు నీళ్ళ నిష్పత్తి 2:3 అవుతుంది ?

a) 10 లీ. b) 27 లీ. c) 18 లీ. d) 12 లీ.

A) మిశ్రమంలోని పాలు = 5/11 × 132 = 60 లీ.

నీరు = 132 – 60 = 72 లీ.

పాలు : నీరు = 2:3

60 : x = 2 : 3 ⇔ $x = \frac{60\,x\,3}{2}$ = 90 లీ॥

మొత్తం నీరు = 90 లీ॥

అదనంగా కలుపవలసిన నీరు = 90–72 = 18 లీ॥

2) ఇద్దరు వ్యక్తుల ఆదాయం a : b నిష్పత్తిలో ఉన్నాయి. వారి ఖర్చుల నిష్పత్తి c : d మరియు వారు ఇరువురు రూ. X ఆదా చేసిన వారి ఆదాయములు :

మొదటి వ్యక్తి ఆదాయం $\frac{x\,a(d-c)}{ad-bc}$ రెండవ వ్యక్తి ఆదాయం $\frac{x\,b(d-c)}{ad-bc}$

మొత్తం ఆదాయం $\frac{x(d-c)}{ad-bc)}X\,(a+b)$

ఉదా : కోమల్ మరియు ఆషా ల నెలసరి ఆదాయం 4:3 నిష్పత్తిలో ఉంది. వారియొక్క ఖర్చులు 3:2 నిష్పత్తిలో ఉన్నాయి. ఇద్దరు నెలకు రూ.600/– పొదుపు చేసిన వారి మొత్తం ఆదాయం ఎంత ? ( )

a) రూ.4,200/– b) రూ.5,600/– c) రూ.8,400/– d) రూ.7,000/–

GRK

A) a : b = 4 : 3 c : d = 3 : 2 x = 600

మొత్తం ఆదాయం = $\frac{x(d-c)}{ad-bc}\,a+b$

$$600\,x\,\frac{2-3}{4(2)-3(3)}\text{X}(4+3) = 600\,x\,\frac{-1}{-1}\,x\,7 =$$ రూ.4,200/–

3) ఒక సంఖ్యను a : b ల పరిమాణం నుండి తీసివేసి దీనిని c : d కు సమానం చేసిన

ఆ సంఖ్యలు = $x\,\frac{a\,(d-c)}{ad-bc}\text{X}\frac{b\,(d-c)}{ad-bc)}$

ఉదా :– రెండు అంకెల మధ్య నిష్పత్తి 12:13 ప్రతి అంకెను 20 వరకు తగ్గిస్తే వాటిమధ్య నిష్పత్తి 2:3 అయిన ఆ అంకెలు .... ( )

a) 22, 24 b) 24, 26 c) 16, 18 d) 14, 20

A) సంఖ్యలు = $20\,\text{X}\frac{12\,(3-2)}{12\,(3)-13(2)} = 20\times\frac{12\times1}{10}=24$

$$= 20\,\text{X}\frac{13(3-2)}{12(3)-13(2)}=20\,\text{X}\frac{13\,x1}{10}=26$$

Ans. : 24, 26

4) a, b, c, d ల నుండి ఏ సంఖ్యను తీసివేసిన వచ్చు సంఖ్యలు అనుపాతంలో ఉండును ?

తీసివేయవలసిన సంఖ్య = $\frac{ad-bc}{(a+d)-(b+c)}$

ఉదా :- 24, 31, 58, 79 ల నుండి ఏ సంఖ్యను తీసవేసిన వచ్చు శేషము అనుపాతంలో ఉండును ?

a) 5 b) 7 c) 2 d) 3

A) తీసివేయు సంఖ్య = $\frac{24(79)-31(58)}{(24+79)-(31+58)}$ a = 24, b = 31, c = 58, d = 79

= $\frac{98}{14}=7$

5) ఒక రక్షణ సేనలో 2100 మంది సైనికులు కలరు. వారికి 50 రోజులకు సరిపడ ఆహారపునిల్వలు ఉన్నాయి. వారిలో కొంతమంది సెలవులపై వెళ్ళగా ఆహారపునిల్వలు 75 రోజులకు సరిపోవును. అయినా సెలవుపై వెళ్ళిన వారి సంఖ్య ?

a) 500 b) 700 c) 750 d) 625

A) A = 2100 B = 75 C = 50

సెలవుపై వెళ్ళినవారి సంఖ్య = $\frac{A(B-C)}{B}=\frac{2100(75-50)}{75}=75$

6) 3A = 5B = 6C, అయిన A = B = C ఎంత ?

$A:B:C=\frac{1}{3}:\frac{1}{5}:\frac{1}{6}=10:6:5$

GRK

7) 15 గడియారాలు కొన్నవెల, 20 గడియారాలు అమ్మినవెలకు సమానమైన నష్టశాతం.... ?

a) 25% b) 20% c) $22\frac{1}{2}$ % d) 18%

A) 15 కొన్నవెల = 20 అమ్మినవెల

= $\frac{\text{కొన్నవెల}}{\text{అమ్మినవెల}}=\frac{20}{15}$ అమ్మినవెల < కొన్నవెల

= నష్ట శాతం = $\frac{5}{20}\times 100=25\%$

8) ఒక వ్యక్తి రెండు వస్తువులను రూ. 19,800/- చొప్పున విక్రయించెను. ఒకదానిపై 10% లాబం, మరొకదానిపై 10% నష్టం వచ్చెను. అయిన మొత్తం రెండు వస్తువులు కొన్నవెల ?

a) రూ. 39,500/- b) రూ. 38,000/- c) రూ. 40,000/- d) రూ. 41,000/-

A) నష్టం = $\left(\frac{10}{10}\right)^2$ = 1% మొత్తం అమ్మినవెల = రూ. 19,800 × 2 = రూ. 39,600/-

$SP=100-1=99$

$CP-SP$

$100-99$

$x-39,600$

$$100 : x = 99 : 39{,}600$$

మొత్తం కొన్నవెల $= \dfrac{100 \, x \, 39{,}600}{99}$ = రూ. 40,000/-

9) ఒక పట్టుచీరపై గుర్తించిన వెల రూ. 2,000/-. డిస్కౌంటు 20%. ఒక కొనుగోలుదారుడు మరో 10% రిబేటు అడుగగా వ్యాపారస్తుడు అంగీకరించెను. మొత్తం మీద ప్రకటిత వెలపై రుసుము శాతం ?

a) 25% b) 30% c) 24% d) 28%

A) అమ్మినవెల = రూ. 2,000 × $\dfrac{(100-20)}{100} \, x \, \dfrac{(100-10)}{100} = 2000 \, x \, \dfrac{80}{100} \, x \, \dfrac{90}{100}$ = రూ. 1,440/-

రుసుము = రూ. 2,000 – రూ. 1,440 = రూ. 560/-

రుసుము శాతం = $\dfrac{560}{2000}$ × 100 = 28%

10) మూడు సరుస రాయితీలు అయిన 20%, 30% మరియు 50% లు ఒకే రాయితీగా ఎంతకి సమానం ?

a) 80% b) 72% c) 94% d) 78%

A) $\dfrac{100-20}{100} \, x \, \dfrac{100-30}{100} \, x \, \dfrac{100-50}{100} \, x 100$

$= \dfrac{80}{100} \, x \, \dfrac{70}{100} \, x \, \dfrac{50}{100} \, x 100 = 28\%$

రాయితీ = 100 – 28 = 72%

GRK

11) కొంతసొమ్ము 2 సం॥లలో రూ. 3,840/-లు 5 సం॥లలో రూ. 4,800/-లు. అయిన బారువడ్డీ ప్రకారం అసలు ? ....

a) రూ. 3,200/- b) రూ. 2,800/- c) రూ. 2,900/- d) రూ. 3,600/-

A) $T_1 = 2$ $T_2 = 5$

2 సం॥లకు అయ్యే వడ్డీ = $T_2 \, x \, \dfrac{B-A}{T_2 - T_1} = 2 \, x \, \dfrac{4800-3840}{5-2} = 2 \, x \, \dfrac{960}{3} = 320$

అసలు = రూ. 3,840 – రూ. 640 = రూ. 3,200/-

12) కొంత మొత్తం పై 2 సం॥లకు 5% వడ్డీరేటుతో బారువడ్డీ రూ. 50/-. అయిన అదేరేటుతో ఆ కాలంలో వచ్చిన బారువడ్డీ చక్రవడ్డీల మధ్య తేడా ఎంత ?

a) రూ. 1.05 పై. b) రూ. 1.25 పై. c) రూ. 1.5 పై. d) రూ. 1.65 పై.

A) R = 5% T = 2 సం॥ I = 50 P = ?

$P = \dfrac{50 \, x 100}{5 \, x \, 2}$ = రూ. 500/-

చక్రవడ్డీ = $500 \, x \left(1 + \dfrac{5}{100}\right)^2 = 500 \, x \, \dfrac{105}{100} \, x \, \dfrac{105}{100} = 551.25$

తేడా = చక్రవడ్డీ – బారువడ్డీ = 551.25 – 550 = రూ. 1.25/-

13) కొంతసొమ్ము 2 సం॥లలో 9 రెట్లగును. అయినచో వడ్డీ ఎంత ?

a) 190% b) 200% c) 150% d) 200%

A) $r=\left[9^{1/2}-1\right] x\,100 = (3-1)\,x100=200\%$

14) రూ.64/-లుX2 సం॥లో రూ.8X.20/- అయ్యింది. అదేవిధంగా రూ.86/-లు 2 సం॥లలో అదే రేటున ఎంత మొత్తం అగుXు ?X

a) రూ.137.60/- b) రూ.136.50/- c) రూ.138.50/- d) రూ.128.60

A) $r=\frac{100\,(83.20-64)}{64\,x\,2}=\frac{100\,x19.20}{64\,x\,2}=15\%$

వడ్డీ $I=\frac{86\,x15\,x\,4}{100}=51.60$

మొత్తం = 86+51.60 = రూ. 137.60/-

15) కొంతసొమ్ము 2 సం॥లో చక్రవడ్డీ ప్రకారం రూ.578.40/- మరియు 3 సం॥లో రూ.614.55/- అయిన సంవత్సరమునకు వడ్డీరేటు ఎంత ?

a) $8\frac{1}{4}\%$ X b) $12\frac{1}{2}\%$ c) $6\frac{1}{4}\%$ d) $8\frac{1}{2}\%$

A) రూ.578.40/- పై. 3వ సంవత్సరమునకు వడ్డీ = రూ.614.55 - రూ.578.40

= రూ.36.15/-

GRK

$R=\frac{100\,I}{PT}=\frac{100\,x36.15}{578.40\,x1}=6\frac{1}{4}\%$

Note :

- సాధారణ వడ్డీతో అసలు × - సం॥లకు రెండింతలైతే 2 × సం॥లకు మూడింతలు, 3 × సం॥లకు నాలుగింతలు అవుతుంది.
- చక్రవడ్డీలో అసలు × - సం॥లకు రెండింతలైతే, 2× సం॥లకు నాలుగింతలు 3× సం॥లకు ఎనిమిదింతలు అవుతుంది.

LEVEL - 1

1. 36:81 ను కనిష్ట రూపంలో వ్రాయగా - ( )

a) 7:9 b) 4:9 c) 9:4 d) 3:7

2. $4\frac{1}{5} : 2\frac{1}{3}$ యొక్క కనిష్ట రూపం - ( )

a) 2:3 b) 3:2 c) 9:5 d) 5:9

3. 84 చాక్లెట్లను రవి, లత లకు 5:7 నిష్పత్తిలో పంచగా రవికి వచ్చిన చాక్లెట్ల సంఖ్య ..... ( )

a) 49 b) 7 c) 40 d) 35

4. a:b = 3 :4 b:c = 16:27 అయిన a = c : .... ( )

a) 4:9 b) 9:4 c) 3:4 d) 4:7

5. a:b = 3 :5 మరియు b:c = 6:7 అయిన a:b:c = ... ( )

a) 9:10:15 b) 18:30:35 c) 30:18:35 d) 18:35:30

6. ఒక దీర్ఘచతురస్ర పొడవు 45 సెం.మీ., వెడల్పు 27 సెం.మీ. అయిన పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తి ( )

a) 3:5 b) 5:3 c) 40:20 d) 5:4

7. 2:5 = 6 : ☐ ( )

a) 15 b) 10 c) 12 d) 5

8. రెండు కోణముల నిష్పత్తి 3:1 మరియు పెద్ద కోణము 63^0 అయిన చిన్న కోణము .... ( )

a) 42 b) 40 c) 21 d) 23

9. ఒక డజను అరటిపండ్ల వెల రూ.60/- అయిన 9 అరటిపండ్ల వెల .... ( )

a) 15రు. b) 45రు. c) 40రు. d) 60రు.

10. 7:5 మరియు 8: x ల బహుళ నిష్పత్తి 84:60 అయిన x విలువ .... ( )

a) 10 b) 9 c) 8 d) ఏదీకాదు

11. ఒక సంచిలో 25 పై., 10 పై. మరియు 5 పై. నాణెములు 1:2:3 నిష్పత్తిలో
మొత్తం ₹ 30 లకు గలవు. అయిన 5 పైసల నాణెములు ఎన్ని ? ( )

a) 50 b) 100 c) 150 d) 200

12. 5,8,15 ల చతుర్థానుపాతం .... ( )

a) 18 b) 24 c) 19 d) 20

13. 234 మరియు 104 ల మధ్యమానుపాతం .... ( )

a) 12 b) 39 c) 54 d) ఏదీకాదు

14. 3:4 కు సమానమైన భిన్నంలో పూర్వపదము 12 అయిన పరపదము .... ( )

a) 9 b) 16 c) 20 d) 24

15. ఒక పాఠశాలలో బాలుర, బాలికల నిష్పత్తి 8:5 ఆ పాఠశాలలో 160 మంది బాలికలున్న
మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్య .... ( )

a) 100 b) 250 c) 260 d) 416

GRK

16. 0.36, 0.48 ల తృతీయ అనుపాత సంఖ్య .... ( )

a) 0.64 b) 0.1728 c) 0.42 d) 0.94

17. రు.34 లో 15% ఎంత ? ( )

a) రు.3.40/- b) రు.3.75 c) రు.4.50 d) రు.5.10

18. 750లో 45% - 480లో 25% ..... ( )

a) 216 b) 217.50 c) 236.50 d) 245

19. ఒక రోజులో 3 గంటలు ఎంత శాతం ? ( )

a) $12\frac{1}{2}\%$ b) $16\frac{2}{3}\%$ c) $18\frac{2}{3}\%$ d) $22\frac{1}{2}\%$

20. ఒక పరీక్షకు 270 మంది హాజరుకాగా వారిలో 252 మంది ఉతీర్ణులైనారు.
అయిన ఉతీర్ణులైన వారి శాతం ? ( )

a) 80 b) $83\frac{1}{2}\%$ c) $90\frac{1}{3}\%$ d) $93\frac{1}{3}\%$

21. ఒక పరీక్షలో 35% విద్యార్థులు పాస్ అవగా 455 మంది తప్పారు. అయిన పరీక్షకు హాజరైన మొత్తం విద్యార్థులెందరు ? ( )

a) 490 b) 700 c) 845 d) 1300

22. ఒక పండ్ల వర్తకుడు కొన్ని యాపిల్స్‌ను 40% మేరకు అమ్మిన తరువాత అతని దగ్గర ఇంకా 420 యాపిల్స్ మిగిలాయి. అయిన మొదట్లో అతని దగ్గర ఉన్నవి .... ( )

GRK

a) 588 b) 600 c) 672 d) 700

23. రాము ఒక రేడియోను ₹ 490/- కొని ₹ 465.50 లకు అమ్మితే అతనికి వచ్చి నష్ట శాతం ? ( )

a) 5% b) 6% c) 10% d) 2%

24. ఒకడు అరటిపళ్ళను ఆరింటిని రు.10/- లకు కొని రు.6 లకు 4చొప్పున అమ్మాడు.
అతనికి లాభమా ? నష్టమా ? ఎంత శాతం ? ( )

a) 10% లాభం b) 10% నష్టం c) 5% లాభం d) 5% నష్టం

25. ఒక జత బూట్లు రు.450/- దాని పై 6% అమ్మకం పన్ను విధించిన
కట్టవలసిన మొత్తం సొమ్ము ఎంత ? ( )

a) రు.27 b) రు.500 c) రు.477 d) రు.600

26. ఒక పుస్తకం ముద్రిత వెల రు.150/- దాని పై 15% రుసుం లభించిన ఆ పుస్తకం కొనుటకు
మొత్తం ఎంత చెల్లించవలెను ? ( )

a) రు.127.50 b) రు.127 c) రు.130 d) రు.135

27. డజను రూ.375/- పెట్టి 20 డజన్ల ఆట వస్తువులను శామ్ కొని ఒక్కొక్క వస్తువును రూ.33/-ల చొప్పున అమ్మితే అతని లాభశాతం ? ( )

a) 3.5 b) 4.5 c) 5.6 d) 6.5

28. మధు ఒక ఇంటిని రూ.3,20,000/-లకు కొని కొన్ని ఇబ్బందుల వల్ల రూ.2,80,000/-లకు అమ్మిన అతనికి వచ్చిన నష్ట శాతం ఎంత ? ( )

a) 12.5% b) 18.65% c) 17% d) 20%

29. రూ.80/- ప్రకటన ధర గల సంచి రూ.68/-లకు అమ్మారు. డిస్కౌంట్ రేటు ఎంత ? ( )

a) 12% b) 15% c) $17\frac{11}{17}\%$ d) 20%

30. రెండు సంఖ్యల నిష్పత్తి 3:4 ఆ సంఖ్యలకు 8 కలిపిన తర్వాత వాటి నిష్పత్తి 5:6 అయిన ఆ సంఖ్య ఎంత ? ( )

a) 12, 16 b) 14,16 c) 16,18 d) 12,18

31. కొంత సరళవడ్డీ రేటుతో రూ.12,500/-లు అసలు 4 ఏళ్ళలో రూ.15,500/- మొత్తంగా అయింది. అయితే వడ్డీ రేటు ఎంత ? ( )

a) 3% b) 4% c) 5% d) 6%

32. ఎంత సాధారణ వడ్డీరేటుతో 15 సం॥లో డబ్బు 4 రెట్లు అవుతుంది ? ( )

a) 15% b) $17\frac{1}{2}\%$ c) 20% d) 25%

33. కొంతసొమ్ము సరళవడ్డీతో 3 సం॥లో రూ.815/- మొత్తంగాను 4 సం॥లో రూ.854/- మొత్తంగాను అవుతుంది. ఆ సొమ్ము ఎంత ? ( )

a) రూ.650/- b) రూ.690/- c) రూ.698/- d) రూ.700/-

34. రూ.25,000/-ల పై 3 సం॥లకు 12% రేటుతో వచ్చే చక్రవడ్డీ ఎంత ? ( )

a) రూ.9000.30 b) రూ.9720 c) రూ.10123.20 d) రూ.10483.20

35. రూ.1000/-ల పై 4 సం॥లలో 10% p.a. రేటుతో చక్రవడ్డీ, బారువడ్డీల బేధం ఎంత ? ( )

GRK

a) రూ.31 b) రూ.32.10 c) రూ.40.40 d) రూ.64.10

36. 0.6 సెం.మీ., 6.6 కి.మీ. ను సూచించే స్కేలు పటంలో 80.5 సెం.మీ. దూరంలో ఉన్న రెండు బిందువులకు అనురూపంగా ఆ బిందువుల మధ్య అసలు దూరం ఎంత ? ( )

a) 9 కి.మీ. b) 72.5 కి.మీ. c) 190.75 కి.మీ. d) 885.5 కి.మీ.

37. ఒక జెండా కర్ర 17.5 కి.మీ. ఎత్తు కలది 40.25 మీ. నీడ పరుస్తుంది. అదే పరిస్థితులలో 28.75 మీ. ఎత్తున్న భవనం ఎంతమేరకు నీడనిస్తుంది ? ( )

a) 10 మీ. b) 12.5 మీ. c) 17.5 మీ. d) 21.25 మీ.

38. అమ్మకపు పన్నుతో కలిపి ఒక వస్తువు అమ్మకం ధర రూ.616/- అమ్మకపు పన్నురేటు 10%, దుకాణాదారుడు 12% లాభం పొందితే వస్తువు కొన్నవెల .... ( )

a) రూ.500/- b) రూ.515/- c) రూ.550/- d) రూ.600/-

39. అమ్మకం ధరపై 10% నష్టం, కొన్నధర పై ఎంత నష్టం ఎంత ? ( )

a) $9\frac{1}{11}\%$ b) $9\frac{2}{11}\%$ c) 10% d) 11%

40. దుకాణందారుడు 5% డిస్కౌంట్ ఆఫర్‌తో వస్తువు అమ్మి 23.5% లాభం పొందాడు. డిస్కౌంట్ ఏమీ ఇవ్వకపోతే అతని లాభం ఎంత ? ( )

a) 24.5 b) 28.5 c) 30 d) 40

LEVEL - 2

1. $x : y = 3:4$ అయిన $(4x+5y) : 5x-2y$ = ______ ( )

a) 30:8 b) 32:7 c) 7:32 d) 4:5

2. $\frac{x}{5}=\frac{y}{8}$ అయిన $x + 5 : y + 8$ విలువ .... ( )

a) 3:5 b) 13:8 c) 8:5 d) 5:8

3. రెండు సంఖ్యలు 1:2 నిష్పత్తిలో కలవు. నిష్పత్తిలోని రెండు రాశులకు 7 కలిపిన వాటి నిష్పత్తి 3:5 అయిన పెద్ద సంఖ్య .... ( )

a) 24 b) 26 c) 28 d) 32

4. మూడు సంఖ్యలు 3:4:5 నిష్పత్తిలో గలవు. వాటి వర్గాల మొత్తం 1250. అయిన ఆ సంఖ్యల మొత్తం ( )

a) 30 b) 50 c) 60 d) 90

5. రెండు సంఖ్యల నిష్పత్తి 3:4 వాటి క.సా.గు. 180 అయిన మొదటి సంఖ్య .... ( )

a) 60 b) 45 c) 20 d) 15

6. మూడు సంఖ్యల మొత్తం 98. మొదటి, రెండవ సంఖ్యల నిష్పత్తి 2:3 మరియు రెండవ, మూడవ సంఖ్యల నిష్పత్తి 5:8 అయిన వాటిల్లో రెండవ సంఖ్య .... ( )

a) 20 b) 30 c) 48 d) 58

7. కిరణ్ మరియు రవిల వయస్సుల నిష్పత్తి 3:1, 15 సంవత్సరముల తరువాత వారి వయస్సుల నిష్పత్తి 2:1 అయిన వారి ప్రస్తుత వయస్సులు .... ( )

a) 30 సం।, 10 సం॥ b) 45 సం॥, 15 సం॥ c) 21 సం॥, 7 సం॥ d) 60 సం॥, 20 సం॥

8. A, B ల ఆదాయాల నిష్పత్తి 5:4 వారి ఖర్చుల నిష్పత్తి 3:2 సంవత్సరం చివరలో ప్రతివాడు రూ. 1,600/-లు ఆదా చేస్తే A ఆదాయం .... ( )

a) రూ. 3,400/- b) రూ. 3,600/- c) రూ. 4,000/- d) రూ. 4,400/-

9. B కంటె A కు రూ. 7/- ఎక్కువ C కంటె రూ. 8/- B కి ఎక్కువగా వచ్చేటట్లు రూ. 53/- మొత్తాన్ని A,B,C లకు పంచారు. వారి వాటాల నిష్పత్తి ఎంత ? ( )

a) 16:9:18 b) 25:18:10 c) 18:25:10 d) 15:8:30

10. ఒక సంఖ్యలో 0.40 వంతు మరొక సంఖ్యలో 0.06 వంతుకు సమానమైతే రెండు సంఖ్యల నిష్పత్తి ( )

a) 2:3 b) 3:4 c) 3:20 d) 20:3

11. 5%లో 3% ఎంత శాతానికి సమానం ? ( )

a) 15% b) 30% c) 50% d) 60%

12. ఒక సంఖ్యలో నుంచి దానిలో 40% తీసివేస్తే 30 ఫలితంగా వస్తుంది. ఆ సంఖ్య .... ? ( )

a) 28 b) 50 c) 52 d) 70

13. ఒక ఎన్నికలో అభ్యర్థికి 84% ఓట్లు పడగా అతను 476 ఓట్ల మెజారిటీతో గెలిచారు. అయిన మొత్తం పోలైన ఓట్ల సంఖ్య .... ( )

a) 672 b) 700 c) 749 d) 848

GRK

14. B జీతం కంటె A జీతం 50% ఎక్కువ A జీతం కంటె B జీతం ఎంత శాతం తక్కువ ? ( )

a) 33% b) $33\frac{1}{4}$% c) $33\frac{1}{3}$% d) $33\frac{1}{2}$%

15. ఒక విద్యార్థి ఒక సంఖ్యను 5/3 తో గుణించవలసి ఉండగా పొరపాటున 3/5 తో గుణించాడు. గణనంలో ఎంత శాతం దోషం ఉన్నది ? ( )

a) 34% b) 44% c) 54% d) 64%

16. ఒక వ్యక్తి తన ఆదాయంలో 30% ఇంటి అద్దెకు, 25% వ్యక్తిగత ఖర్చులకు మరియు 20% దానం నకు వెచ్చించెను. అతని ఆదాయం రూ. 42,000/-. అయిన అతని వద్ద మిగిలిన సొమ్ము ఎంత ? ( )

a) రూ. 8,500/- b) రూ. 9,500/- c) రూ. 10,500/- d) రూ. 10,000/-

17. ఒక పట్టణ జనాభా రెండు వరుస సంవత్సరాలలో 5% మరియు 10% తగ్గిన రెండు సంవత్సరాల తరువాత ఎంత శాతం జనాభా తగ్గును ? ( )

a) 15% b) 14% c) 14.5% d) 15.5%

18. రూ. 100/- కు ఒక వస్తువును అమ్మి రూ. 15/-లు లాభం పొందితే అతని లాభ శాతం ఎంత ? ( )

a) 15% b) $12\frac{2}{3}$% c) $17\frac{11}{17}$% d) $17\frac{1}{4}$%

19. ఒక వ్యక్తి రూ. 1,400/-లకు ఒక సైకిల్ కొని 15% నష్టానికి అమ్మాడు. అయిన సైకిల్ అమ్మినవెల ఎంత ? ( )

a) రూ. 1090/- b) రూ. 1160/- c) రూ. 1190/- d) రూ. 1202/-

GRK

20. అమ్మినవెలలో 96% కొన్నవెల అయినప్పుడు లాభశాతమెంత ? ( )

a) 5% b) 4.17% c) 4% d) 4.5%

21. 21 వస్తువుల కొన్నవెల = 18 వస్తువుల అమ్మినవెల అయిన లాభమా ? నష్టమా ? ఎంత శాతం? ( )

a) $16\frac{2}{3}$% నష్టం b) 16 % నష్టం c) $16\frac{2}{3}$% లాభం d) 16% లాభం

22. ఒక గుర్రాన్ని, బండిని కలిపి రూ. 3,000/-లకు కొన్నాడు. గుర్రాన్ని 20% లాభానికి, బండిని 10% నష్టానికి అమ్మి, అతను మొత్తం మీద 2% లాభం పొందాడు. అయిన గుర్రం ఖరీదు ఎంత ? ( )

a) రూ. 1000/- b) రూ. 1200/- c) రూ. 1400/- d) రూ. 1500/-

23. 12 పెన్నుల కొన్న ఖరీదు 8 పెన్నుల అమ్మకం ఖరీదుతో సమానం అయిన లాభ శాతం ఎంత ? ( )

a) 25% b) $33\frac{1}{3}$% c) 50% d) $66\frac{2}{3}$%

24. రూ. 18,700/-లకు స్థలం అమ్మకం అయితే యజమానికి 15% నష్టం వస్తుంది. 15% లాభం రావలెనంటె అతడు దానిని ఎంతకు అమ్మవలెను ? ( )

a) రూ. 21,000/- b) రూ. 22,500/- c) రూ. 25,300 d) రూ. 25,800/-

25. ఒక వస్తువును రూ. 340/- కి అమ్మడం కంటె రూ. 350/- కి అమ్మడం వల్ల 5% అధికలాభం వస్తుంది. వస్తువు కొన్నవెల ఎంత ? ( )

a) రూ. 50/- b) రూ. 160/- c) రూ. 200/- d) రూ. 225/-

26. ఒక వస్తువు కొన్నవెలకి అమ్మినవెలకి తేడా రూ.240/- లాభం 20% అయితే అమ్మకపు విలువ ఎంత ? ( )

a) రూ.1240/- b) రూ.1400/- c) రూ.1600 d) రూ.1200/-

27. 20% లాభంతో B కి A సైకిలు అమ్మగా C కి 25% లాభంతో B అమ్మాడు. C కొన్నధర రూ.225/- అయిన A సైకిల్ కొన్నధర ఎంత ? ( )

a) రూ.110/- b) రూ.120/- c) రూ.125/- d) రూ.150/-

28. ఒక టి.వి. ప్రకటన వెల రూ.12,000/-. 15%, 10% మరియు 5% వరుస డిస్కౌంట్‌లతో ఇస్తే వినియోగదారుడు కొన్నవెల ఎంత ? ( )

a) రూ.8400/- b) రూ.8721/- c) రూ.8856/- d) రూ.9000/-

29. కొంత డబ్బు చక్రవడ్డీకి పెట్టగా అది 5 సం॥లకు రెట్టింపు అయింది. అదే వడ్డీరేటుతో 8 రెట్లు కావడానికి పట్టే కాలం ? ( )

a) 8 సం॥లు b) 10 సం॥లు c) 15 సం॥లు d) 20 సం॥లు

30. రూ.15,000/-ల పై 2 సం॥లలో వచ్చే చక్రవడ్డీ, సరళవడ్డీల బేధం రూ.96/- అయిన సంవత్సరానికి వడ్డీ రేటు ఎంత ? ( )

a) 8 b) 10 c) 12 d) ఏదీకాదు

31. ఒక సైనిక శిబిరంలో 500 మందికి 27 రోజులకు సరిపడే ఆహారం ఉన్నది. 3 రోజుల తరువాత 300 మంది అదనపు సైనికులు శిబిరానికి వచ్చారు. ఇప్పుడు మిగతా ఆహారం ఎన్నిరోజులకు సరిపోతుంది ? ( )

a) 15 b) 16 c) $17\frac{1}{2}$ d) 18

GRK

32. ఒకడు మొత్తం రూ.2,600/-, 4%, 6%, 8% Pa.S.I. వచ్చేటట్లు 3 రకాలుగా పెట్టుబడి పెట్టాడు. సంవత్సరానికి మూడు ఒకే వడ్డి ఇచ్చిన 4% వడ్డీకి పెట్టిన పెట్టుబడి ఎంత ? ( )

a) రూ.200/- b) రూ.600/- c) రూ.800/- d) రూ.1200/-

2015 (మాదిరి ప్రశ్నలు)

1. 3 సంఖ్యల మొత్తం 98. మొదటి రెండవ సంఖ్య నిష్పత్తి 2:3 రెండవ, మూడవ సంఖ్యల నిష్పత్తి 5:8 అయిన రెండవ సంఖ్య ...

ఎ) 25 బి) 28 సి) 30 డి) 32

2014 (మాదిరి ప్రశ్నలు)

1. $3:5=4.5:x$ అయిన $x-5=$ ....

ఎ) 7.5 బి) 5 సి) 4.5 డి) 2.5

2. 400లో 8% - 800లో 4% + 500లో 1% = ..

ఎ) 10 బి) 20 సి) 4 డి) 5

3. ఒక దీర్ఘచతురస్రం పొడవు, వెడల్పులు వరుసగా 25% మరియు $33\frac{1}{3}$% పెరిగినది. దాని వైశాల్యంలో పెరుగుదల .....

ఎ) $33\frac{1}{3}$%   బి) 25   సి) $58\frac{1}{3}$%   డి) $66\frac{2}{3}$%

2013 (మాదిరి ప్రశ్నలు)

1. ఒక సంఖ్యను $33\frac{1}{3}$% నకు పెంచిన ఫలితము 25% తగ్గను. అయిన దాని విలువ

ఎ) మార్పులేదు   బి) 10% పెరిగినది   సి) 10% తగ్గినది   డి) $8\frac{1}{5}$% పెరిగినది

2. ఒక యంత్రం ప్రకటిత వెల 18000 దానిని 20% డిస్కౌంటులో అమ్మిన 10% నష్టము వచ్చును. అయిన కొన్నవెల...

ఎ) 15000   బి) 16000   సి) 14000   డి) 13000

3. ఒక వ్యక్తి కొంతదూరమును 5 గంటలలో సైకిలుపై చేరుకొనెను. అదే దూరంను 16కి.మీ. / గంట వేగంతో 4గం॥లలో చేరుకొనిన అతని వేగంలో పెరుగుదల శాతం

ఎ) 10%   బి) 15%   సి) 25%   డి) 20%

GRK

Level - 1 - Key

1 - b, 2 - c, 3 - d, 4 - a, 5 - b, 6 - b, 7 - a, 8 - c, 9 - b, 10 - c, 11 - c, 12 - b, 13 - d, 14 - b, 15 - d, 16 - d, 17 - d, 18 - b, 19 - a, 20 - d, 21 - b, 22 - d, 23 - a, 24 - b, 25 - c, 26 - a, 27 - c, 28 - a, 29 - b, 30 - a, 31 - d, 32 - c, 33 - c, 34 - c, 35 - d, 36 - d, 37 - b, 38 - a, 39 - a, 40 - c

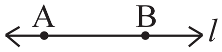
Level - 2 - Key

1 - b, 2 - d, 3 - c, 4 - c, 5 - b, 6 - b, 7 - b, 8 - c, 9 - b, 10 - d, 11 - d, 12 - b, 13 - b, 14 - c, 15 - d, 16 - c, 17 - c, 18 - c, 19 - c, 20 - b, 21 - c, 22 - b, 23 - c, 24 - c, 25 - c, 26 - d, 27 - d, 28 - b, 29 - c,30 - a, 31 - a, 32 - d,

4. జ్యామితి (లేదా) సమతల జ్యామితి
రేఖలు మరియు కోణములు

ముఖ్యాంశాలు

- జ్యామితి అనగా భూమిని కొలవడం
- జ్యామితి కనుగొన్న గ్రీకు గణితవేత్త యూక్లిడ్ (జ్యామితి పితామహుడు)
- జ్యామితిపై యూక్లిడ్ రచించిన గ్రంథము ఎలిమెంట్స్.
- జ్యామితి యొక్క మూడు ప్రాథమిక భావనలుబిందువు, రేఖ మరియు తలము.
- బిందువుకు ఎటువంటి పరిమాణము (పొడవు, వెడల్పు, మందము) ఉండదు కేవలము ఉనికి మాత్రమే ఉంటుంది.
- సాధారణముగా బిందువులను ఆంగ్లములోని పెద్ద అక్షరములతో (A, B, C . . ..) సూచిస్తారు.
- ఇరువైపులా అనంతముగా విస్తరించు బిందువుల సమితిని రేఖ అంటారు.
- రేఖ పొడవును మాత్రమే కలిగి ఉంటుంది. వెడల్పు ఉండదు.



సరళరేఖ

- రేఖకు చివరి బిందువులు ఉండవు.

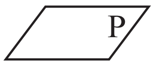
వక్రరేఖ

- రేఖ AB ను $\overleftrightarrow{AB}$ (లేదా) $\overleftrightarrow{BA}$ చే సూచిస్తారు.
- రేఖలను ఆంగ్లములో చిన్న అక్షరముచే కూడా సూచించవచ్చు ($\overleftrightarrow{AB}$ లేదా l)
- ఒకే రేఖపైగల బిందువులను సరేఖీయ బిందువులు అంటారు.

A, B, C, D లు సరేఖీయ బిందువులు

- ఒక ఖచ్చితమైన పొడవును కలిగి ఉన్న రెండు బిందువులు మరియు వాటి మధ్యగల బిందువుల సమితిని కలిపి రేఖాఖండము అంటారు.
- రేఖా ఖండము AB ని $\overline{AB}$ లేదా $\overline{BA}$ చే సూచిస్తారు.

- రేఖా ఖండమునకు 2 చివరి బిందువులు ఉంటాయి.
- ఒక రేఖా ఖండములో ఎన్ని ప్రమాణ రేఖా ఖండములు ఉంటాయో దాన్ని రేఖాఖండము యొక్క పొడవు అంటారు.
- రేఖా ఖండము యొక్క పొడవును సెం.మీ. లలో కొలుస్తారు.
- రెండు రేఖా ఖండముల పొడవులు సమానమయితే వాటిని సర్వసమాన రేఖా ఖండములు అంటారు.
- $\overline{AB}$ రేఖా ఖండము యొక్క పొడవును AB చే సూచిస్తారు.
- $\overline{AB}, \overline{CD}$ లు రెండు రేఖాఖండములై AB = CD అయితే $\overline{AB} \cong \overline{CD}$.
- అన్ని వైపులా అనంతముగా విస్తరించు బిందువుల సముదాయమును తలము లేదా సమతలము అంటారు.
- పొడవు మరియు వెడల్పు కలిగిన ఒక చదునైన ప్రదేశమే తలము



- తలమును ఆంగ్లములోని చిన్న అక్షరములచే సూచిస్తారు.

GRK

)(ఒకే తలముపై గల బిందువులను సతలీయ బిందువులు లేదా ఏకతల బిందువులు అంటారు.

)(ఒకే తలముపై గల రేఖలను సతలీయ రేఖలు లేదా ఏకతల రేఖలు అంటారు.

)(A, B, C లు సరేఖీయ బిందువులై A, C ల మధ్య B ఉంటే AB + BC = AC అగును.

)(ఒక బిందువు నుండి ప్రారంభమై ఒక వైపు మాత్రమే విస్తరించు అనంత బిందువుల సముదాయమును కిరణము అంటారు.

$= \overrightarrow{OA}$

)(కిరణము రేఖలోని భాగము $\overrightarrow{OA} \neq \overrightarrow{AO}$

)(ఒక బిందువు నుండి వ్యతిరేక దిశలలో పోవు కిరణములను వ్యతిరేక కిరణములు (లేదా) నిలువు కిరణములు అంటారు.

$= \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ వ్యతిరేక కిరణాలు

)(కిరణము నకు ఒక చివరి బిందువు ఉంటుంది.

)(కిరణము యొక్క చివరి బిందువును తొలి బిందువు అంటారు.

)(ఒక బిందువు వద్ద ప్రారంభమై అదే బిందువు వద్ద అంతమయ్యే పటములను సంవృత పటములు అంటారు. ఇవి అన్న వైపులా మూయబడి ఉంటాయి.

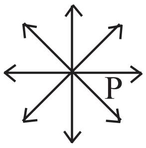
ఉదా : త్రిభుజములు, చతుర్భుజములు మొ॥నవి.

)(ఒక బిందువు వద్ద ప్రారంభమై అదే బిందువు వద్ద అంతము కాని పటములను వివృత పటములు అంటారు. ఇవి ఒక వైపు తెరవబడి ఉంటాయి.

GRK

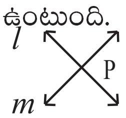
ఉదా : మొ॥నవి

)(సరళ రేఖా ధర్మాలు



1. ఒక సరళరేఖపై అనంతమైన బిందువులు ఉంటాయి.
2. ఒక బిందువు గుండా అనంతమైన రేఖలు గీయవచ్చును
3. రెండు వేర్వేరు బిందువులు గుండా ఒకే ఒక రేఖను గీయగలము

4. రెండు వేర్వేరు రేఖలకు ఆ రెండు రేఖలపై ఉండేటట్లుగా ఒకే ఒక బిందువు ఉంటుంది. అనగా ఏవైనా రెండు రేఖలు ఒకే ఒక బిందువు వద్ద ఖండించుకుంటాయి.



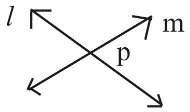
<u>గమనిక :</u> రెండు రేఖలకు ఒకటి కంటే ఎక్కువ ఉమ్మడి బిందువులు వుండవు.

)(ఒక రేఖా ఖండము AB పై AM = MB అయ్యేటట్లు A, B ల మధ్య M అనే బిందువు ఉంటే M ను AB యొక్క మధ్య బిందువు అంటారు.

)(ఒక రేఖా ఖండము యొక్క మధ్య బిందువు దాన్ని రెండు సర్వ సమాన రేఖా ఖండములుగా విభజిస్తుంది.

రేఖలలో రకములు

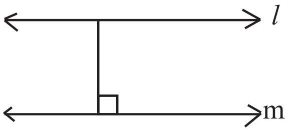
1. ఖండన రేఖలు :- రెండు రేఖలకు ఒకే ఉమ్మడి బిందువు ఉండే వాటిని ఖండన రేఖలు అంటారు. వాటి యొక్క ఉమ్మడి బిందువులను ఖండన బిందువు అంటారు.



l.m లు ఖండన రేఖలైతే $l \cap m = \{P\}$

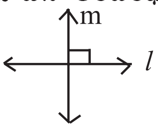
2. సమాంతర రేఖలు :-

రెండు రేఖలకు ఉమ్మడి బిందువు లేకపోతే వాటిని సమాంతర రేఖలు అంటారు. సమాంతర రేఖలు ఎల్లప్పుడు ఖండించుకొనవు సమాంతర రేఖలను // (పార్లల్‌టు) గుర్తుచే సూచిస్తారు. l.m లు సమాంతర రేఖలైతే l//m (l పార్లర్ ము m) అని వ్రాస్తారు. రెండు సమాంతర రేఖల మధ్య లంబదూరము ఏ బిందువు వద్దనైననూ సమానము.

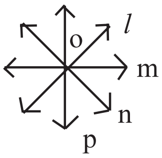


3. లంబరేఖలు :- రెండు రేఖల మధ్య కోణము 90 డిగ్రీలు అయితే వాటిని లంబరేఖలు అంటారు. లంబమునకు గుర్తు $\perp$ (పర్‌పెన్ డిక్యులర్)

l,m లు లంబరేఖలైతే $l \perp m$ అని సూచిస్తారు.

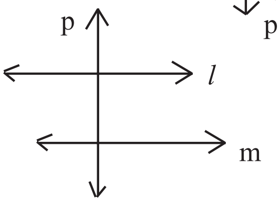


4. మిళిత రేఖలు (లేదా) అనుషక్తరేఖలు :- మూడుగాని అంతకంటే ఎక్కువ రేఖలకు ఒకే ఉమ్మడి బిందువు ఉంటే వాటిని మిళిత రేఖలు అంటారు. వాటి యొక్క ఉమ్మడి బిందువును మిళిత బిందువు అంటారు.



GRK

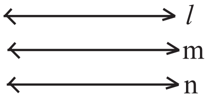
5. తిర్యగ్రేఖ :- రెండుగాని అంతకంటే ఎక్కువ రేఖలను వేర్వేరు బిందువులు వద్ద ఖండించు రేఖను తిర్యగ్రేఖ అంటారు ప్రక్క పటములో P తిర్యగ్రేఖ అగును.



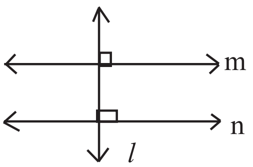
* ఒకే రేఖకు సమాంతరముగా ఉండే రేఖలు పరస్పరము సమాంతరము

ప్రక్క పటములో

n//l మరియు m//l అయితే m//n అగును.



* ఒకే రేఖకు లంబముగా ఉండే రేఖలు కడా పరస్పరము సమాంతరము ప్రక్క పటములో, $m \perp l$ మరియు $n \perp l$ అయితే m//n అగును.



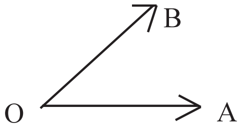
* రెండు సమాంతర రేఖలు మధ్య కోణము O డిగ్రీలు.

* ఒకే ఉమ్మడి తొలి బిందువుగల రెండు కిరణముల సమ్మేళనమును కోణము అంటారు.

* కోణము యొక్క తొలి బిందువును కోణ శీర్షము అంటారు.

* కోణము యొక్క కిరణములను కోణ భుజములు అంటారు

శీర్షము = O, భుజములు = $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$



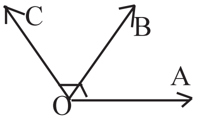
* కోణమును $\angle$ (యాంగిల్) అను గుర్తుచే సూచిస్తారు.

* పై పటములోని కోణమును $\angle AOB$ లేదా $\angle BOA$ చే సూచిస్తారు.

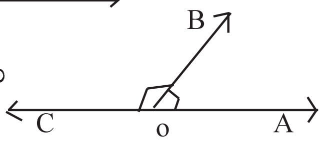
* కోణమును కొలుచుటకు ప్రమాణము డిగ్రీ

* ఒక లంబ కోణమును 90 సమాన భాగములుగా విభజించి ఒక్కొక్క భాగమును ఒక డిగ్రీ అంటారు.
* కోణమును కోణమానిని అను పరికరముతో కొలుస్తారు.
* కోణము అది ఉండే తలమును 3 భాగములుగా విభజిస్తుంది. అవి

  1. కోణ అంతరము 2. కోణ బాహ్యము 3) కోణ'ము పైన గల బిందువులు
* కొలత గల కోణమును శూన్యకోణము అంటారు.
* " 0^0 " కంటే ఎక్కువ మరియు 90^0 తక్కువ కొలత గల కోణమును అల్పకోణము అంటారు.
* 90^0 ల కొలతగల కోణమును లంబకోణము అంటారు.
* 90^0ల కంటే ఎక్కువ మరియు 180^0 కంటే తక్కువ కొలత గల కోణమును అధిక కోణము అంటారు.
* 180^0 ల కొలత గల కోణమును సరళ కోణము అంటారు.
* 180^0ల కంటే ఎక్కువ 360^0 కంటే తక్కువ కొలత గల కోణమును పరావర్తన కోణము అంటారు.
* 360^0ల కొలత గల కోణమును సంపూర్ణ కోణము అంటారు
* రెండు కోణముల మొత్తము 180^0 అయితే వాటిని సంపూరక కోణముములు అంటారు.
* రెండు కోణముల మొత్తము 90^0 అయితే వాటిని పూరక కోణములు అంటారు.
* ఉమ్మడి శీర్షము మరియు ఉమ్మడి భుజము కలిగిన కోణములను ఆసన్న కోణములు అంటారు $\angle AOB$ మరియు $\angle BOC$ లకు ఉమ్మడి శీర్షము O ఉమ్మడి భుజము $\overrightarrow{OB}$

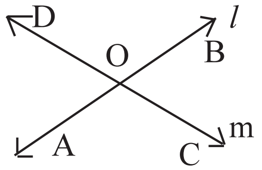


* ఒక ఆసన్న కోణముల జతలో ఉమ్మడిగా భుజములు వ్యతిరేక కిరణములు అయితే ఆ కోణములను రేఖీయ ద్వయం (లేదా) రేఖీయ జత అంటారు.

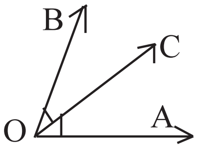


GRK

* ఒక జత ఆసన్న కోణములు మొత్తము 180^0 అయితే దానిని రేఖీయ ద్వయం అంటారు.
* రెండు రేఖలు ఖండించుకొన్నపుడు ఆ ఖండన బిందువు వద్ద ఏర్పడు ఎదురెదురు కోణములను శీర్షాభిముఖ కోణములు అంటారు. రెండు ఖండన రేఖలచే ఏర్పడిన 4 కోణములలో ఉమ్మడి భుజములేని ప్రతి జత కోణములు శీర్షాభిముఖ కోణములు అగును. $\angle AOD, \angle BOC$ మరియు $\angle AOC, \angle BOD$ లు శీర్షాభిముఖ కోణములు.



* రెండు కోణములు కొలతలు సమానమైతే వాటిని సర్వ సమాన కోణములు అంటారు.
* ఒక కోణమును రెండు సర్వసమాన కోణములుగా విభజించు రేఖను కోణ సమద్విఖండన రేఖ అంటారు $\angle AOB$ లో $\overline{OC}$ కోణ సమద్విఖండన రేఖ $\angle AOC = \angle BOC$



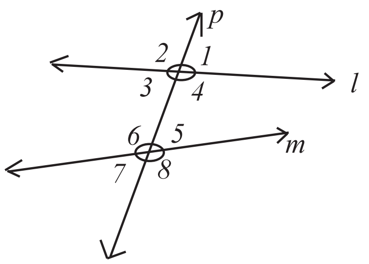
* రెండు రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా రెండు ఖండన బిందువుల వద్ద మొత్తం 8 కోణములు ఏర్పడును. వాటిలో

  1) అంతరకోణములు : $\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$

  2) బాహ్యకోణములు : $\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$

  3) అనురూప (లేదా) సదృశ్యకోణముల జతలు :

  $(\angle 1, \angle 5); (\angle 4, \angle 8); (\angle 2, \angle 6); (\angle 3, \angle 7)$



4) ఏకాంతర కోణములు జతలు : $(\angle 3, \angle 5); (\angle 4, \angle 6)$

5) ఏక బాహ్యకోణముల జతలు $(\angle 1, \angle 7); (\angle 2, \angle 8)$

6) శీర్షాభిముఖ కోణములు జతలు : $(\angle 1, \angle 3); (\angle 2, \angle 4); (\angle 5, \angle 7); (\angle 6, \angle 8)$

7) తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపున గల అంతర కోణములు జతలు : $(\angle 3, \angle 6); (\angle 4, \angle 5)$

8) తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపునగల బాహ్యకోణముల జతలు : $(\angle 1, \angle 8); (\angle 2, \angle 7)$

9) రేఖీయ జతలు : $(\angle 1, \angle 2); (\angle 1, \angle 4); (\angle 2, \angle 3); (\angle 3, \angle 4);$

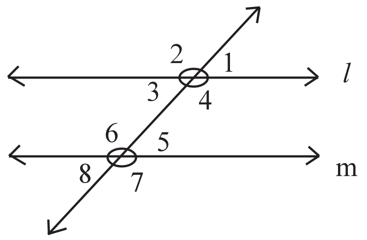
$(\angle 5, \angle 6); (\angle 5, \angle 8); (\angle 6, \angle 7); (\angle 7, \angle 8)$

* రెండు రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా ప్రతి ఖండన బిందువు వద్ద ఏర్పడిన కోణముల మొత్తము 360^0 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360^0$ మరియు $\angle 5 + \angle 6 + \angle 7 + \angle 8 = 360^0$

* బాహ్యకోణముల మొత్తము 360^0. $\angle 1 + \angle 2 + \angle 7 + \angle 8 = 360^0$

* అంతర కోణముల మొత్తము 360^0 $\angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 360^0$

* రెండు సమాంతర రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా ఏర్పడిన కోణములలో



1) ప్రతి జత అనురూప కోణములు సమానము

$\angle 1 = \angle 5;\ \angle 4 = \angle 8;\ \angle 2 = \angle 6;\ \angle 3 = \angle 7$

2) ప్రతి జత ఏకాంతర కోణములు సమానము.

$\angle 3 = \angle 5;\ \angle 4 = \angle 6$

3) ప్రతి జత ఏక బాహ్యకోణములు సమానము $\angle 1 = \angle 7;\ \angle 2 = \angle 8$

4) ప్రతి జత శీర్షాభిముఖ కోణములు సమానము $\angle 1 = \angle 3;\ \angle 2 = \angle 4;\ \angle 5 = \angle 7;\quad \angle 6 = \angle 8$

5) తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపున గల అంతర కోణములు సంపూరకములు, అనగా వాటి మొత్తము 180^0.

$\angle 4 + \angle 5 = 180\quad \angle 3 + \angle 6 = 180^0$

6) తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపునగల బాహ్యకోణములు సంపూరకములు.

$\angle 1 + \angle 8 = 180^0,\ \ \angle 2 + \angle 7 = 180^0$

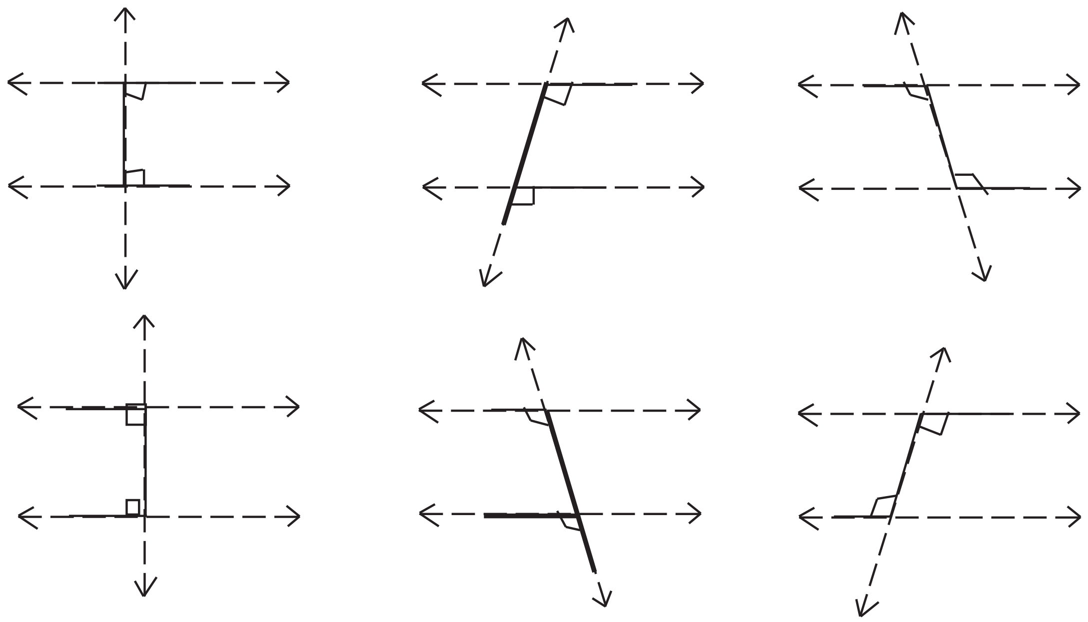
* సరేఖీయములు కాని n బిందువుల గుండా గీయగల సరళ రేఖల సంఖ్య $\frac{n(n-1)}{2} (n \neq 1)$

* n భుజములు గల బహుభుజికి గీయగల కర్ణముల సంఖ్య $\frac{n(n-3)}{2}$

* సరేఖీయములైన n బిందువుల గుండా గీయగల రేఖా ఖండముల సంఖ్య $\frac{n(n-1)}{2}$

GRK

* రెండు సమాంతర రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండిచగా ఏర్పడు కోణములలో F ఆకారము అను రూపకోణములు మరియు Z ఆకారము ఏకాంతర కోణములను సూచించును.



C అకారములో గల కోణాలు   Fఅకారములో గల కోణాలు   Z అకారములో గల కోణాలు

GRK

* C అకారములో గల కోణములు తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపున ఉన్న అంతర కోణములు.

మాదిరి సమస్యలు

1. ఈ క్రింది కోణములు విలువలు కనుగొనుము ?

1) $\frac{1}{6}$ లంబకోణము   2) $1\frac{1}{2}$ లంబకోణము   3) $\frac{2}{5}$ సరళకోణము

లంబకోణము = 90^0, సరళ కోణము = 180^0

1) $\frac{1}{6}$ లంబకోణము $= \frac{1}{6} x 90 = 15^0$ 2) $1\frac{1}{2}$ లంబకోణము $= \frac{3}{2} x 90 = 3x45 = 135^0$

3) $\frac{2}{5}$ సరళకోణము $= \frac{2}{5} x 180 = 2x36 = 72^0$

2. X మరియు X+30 లు రెండు పూరక కోణములు అయితే X విలువ ఎంత ?

రెండు కోణములు మొత్తము 90^0 అయితే వాటిని పూరక కోణములు అంటారు.

$$x + x + 30 = 90^0 \Rightarrow 2x + 30 = 90^0 \Rightarrow 2x = 90 - 30$$

$$\Rightarrow 2x + 60 \Rightarrow x = \frac{60}{2} \Rightarrow x = 30$$

3. ఒక కోణము కొలత దాని సంపూరకము కంటే 30^0 తక్కువ ఆ కోణములను కనుగొనుము.

సాధన : ఒక కోణము కొలత = X^0 అనుకొనుము. దాని సంపూర్ణ కోణము =x-30

$$x + x - 30 = 180^0 \Rightarrow 2x + 180 + 30 \Rightarrow 2x = 210 \Rightarrow x = \frac{210}{2} = 105$$

ఒక కోణము = $105^{0,}$ దాని సంపూరక కోణము = $105-30=75^0$

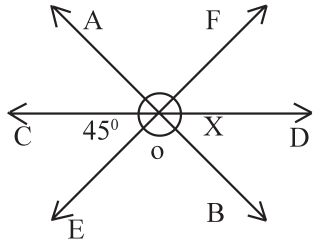
4. ఒక కోణము కొలత దాని సంపూరక కోణములో $\frac{2}{5}$వ వంతుగల కోణము కొలత కనుగొనుము

ఒక కోణము = X అనుకొనుము దాని సంపూరక కోణము $\frac{2}{5}$ X

$$x + \frac{2}{5}x = 180 \Rightarrow \frac{5x + 2x}{5} = 180^0 \Rightarrow \frac{7x}{9} = 180\text{x}5 \quad 7x = 900 \Rightarrow x = \left(\frac{900}{7}\right)^0$$

దాని సంపూరక కోణము $= \frac{2x}{5} = \frac{2}{5}\text{x}\frac{900}{7} = \left(\frac{360}{7}\right)$

5. ప్రక్క పటములో AB,CD,EFలు Oవద్ద ఖండించు కొనుచున్న రేఖలు $\angle COE = 45^0$ మరియు $\angle AOF = 90^0$ అయిన $\angle BOD$ విలువ ఎంత?



$\angle BOD = x$ కనుగొనుము $\angle AOC = x^0$

$\angle FOD = \angle COE = 45^0$ (శీర్షాభిముఖ కోణములు)

$\angle AOF = 90^0$

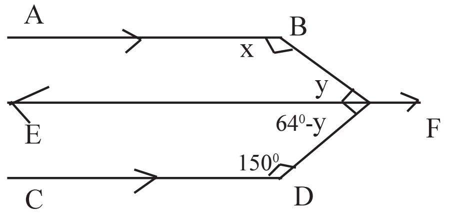
కాని AOB ఒక సరళ రేఖ $x+45+90=180^0$

$\Rightarrow x = 180 - 135 = 45^0$

6. ఇచ్చిన పటంలో AB//CD, $\angle CDM = 150^0, \angle BMD = 64^0$ మరియు $\angle ABM = x$ అయిన x విలువ ఎంత ?

M గుండా EF//AB//CD గీయుము $\angle EMB = Y$ అనుకొనుము $\angle EMD = 64 - Y$ మరియు MD తిర్యగ్రేఖ

$150 + 64 - y = 180^0$ (తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపు ఉన్న అంతర కోణాలు)



$-y = 180 - 150 - 65 = -34^0$

$y = 30^0$

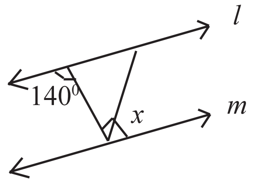
$x + y = 180^0$

$\overline{AB} / / \overline{EF}, \overline{BM}$ తిర్యగ్రేఖ

$\Rightarrow x = 180 - 34 = 146^0$

GRK

7. ప్రక్క పటంలో $l//m$ అయిన x విలువ ఎంత ?

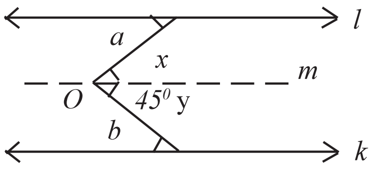


సాధన : $\therefore l//m, 140^0 = 90 + x$

$x = 140^0 = 90^0 = x$

$x = 140 - 90 = 50^0$

8. ప్రక్కపటంలో $l//k$ అయిన $a+b$ విలువ ఎంత ?



సాధన : " o " గుండా m // l // k గీయుము

$a = x$ (ఏకాంతర కోణాలు)

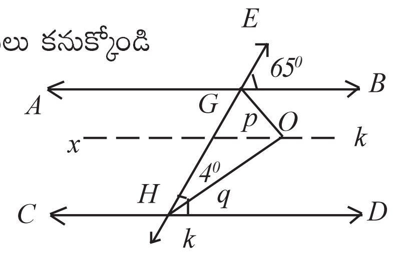
$b = y$ (ఏకాంతర కోణాలు)

$a + b = x + y$

కాని $a + x = 450$

$a + b = 45^0$

9. ప్రక్క పటములో $\overleftrightarrow{AB}//\overleftrightarrow{CD}$ అయిన p మరియు p విలువలు కనుక్కోండి



సాధన $\angle EGB = \angle AGF = 65^0$ (శీర్షాభిముఖ కోణాలు)

$\angle GHD = \angle AGH = 65^0$ (ఏకాంతర కోణాలు)

$\Rightarrow 40 + 9 = 65 \Rightarrow 9 = 65 - 40 = 25^0$

GRK

$\overleftrightarrow{AB}$ మరియు $\overleftrightarrow{CD}$ లకు సమాంతరంగా ' o ' గుండా $\overleftrightarrow{xy}$ రేఖలను గీచితిని

$\angle XOG = \angle BGO = 45^0$ (ఏకాంతర కోణాలు)

$\angle XOH = \angle OHD = 25^0$ (ఏకాంతర కోణాలు)

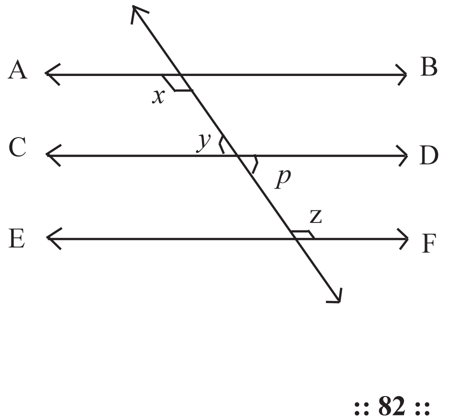
$\angle P = 45 + 25 = 70^0$

10. ప్రక్క పటంలో $\overleftrightarrow{AB}//\overleftrightarrow{CD}; \overleftrightarrow{CD}//\overleftrightarrow{EF}$ మరియు $y:z = 3:7$ అయిన x, y, z మరియు p విలువలు కనుక్కోండి.

సాధన : $\overleftrightarrow{AB}//\overleftrightarrow{EF}$ (తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపున గల అంతర కోణాలు) .....(1)

$p + z = 180^0$ (తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపున గల అంతర కోణాలు)

కాని $x + y = y + z \Rightarrow x = z$

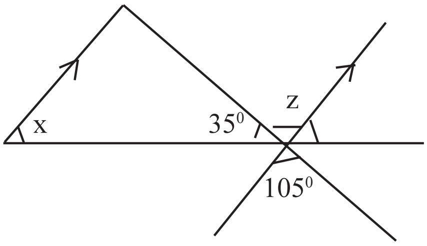


$y : z = 3 : 7 \quad \therefore y = \frac{3}{10} x 180^0 = 54^0$

$z = \frac{7}{10} x 180 = 26^0$

$\therefore x = z = 126^0 \quad p = y = 54^0$

11. ప్రక్క పటంలో x+y విలువలను కనుక్కోండి



సాధన : $35+z+y=180^0$ (సరళ రేఖపై కోణాలు)

కాని $z = 105^0$ (శీర్షాభిముఖ కోణాలు)

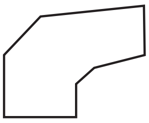
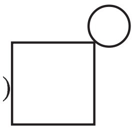
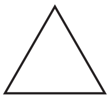
$y = 180 - 35 - 105 = 180 - 140 = 40^0$

కాని $x = y$ (సదృశ కోణాలు)

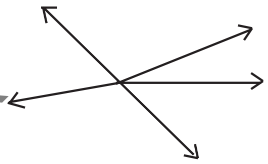
$x + y = 40 + 40 = 80^0$

<u>అభ్యాసము - 1</u>

1. ఈ క్రింది వానిలో బహుభుజికానిది? ( )

ఎ) బి)  సి)  డి) 

2. ఈ పటములో ఏర్పడు కోణముల సంఖ్య ( )



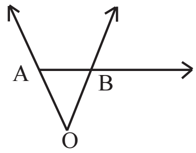
ఎ) 2 బి) 5

సి) 4 డి) 5 కంటే ఎక్కువ

3. ఏవైనా రెండు బిందువుల మధ్యగల అత్యల్ప దూరమును .... అంటారు ( )

ఎ) రేఖా ఖండము బి) కోణము సి) వక్రము డి) జ్యా

4. ఈ పటములో కిరణమును సూచించినది............... ( )



ఎ) OA బి) OB

సి) BA డి) AB

5. అష్టభుజిలోని కర్ణముల సంఖ్య .... ( )

ఎ) 5 బి) 17 సి) 8 డి) 20

6. 25^0ల పూరక కోణము............ ( )

ఎ) 65^0 బి) 155^0 సి) 25^0 డి) 75^0

7. పూరక కోణములు ఎల్లప్పుడు .... ( )

ఎ) లంబకోణములు బి) అల్పకోణములు సి) అధిక కోణములు డి) చెప్పలేము

8. 20^0ల యొక్క సంపూరక కోణము......... ( )

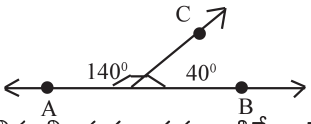
ఎ) 70^0 బి) 160^0 సి) 20^0 డి) 180^0

GRK

9. ప్రక్క పటములో $\angle AOC$ మరియు $\angle BOC$ లను .... అంటారు (   )

ఎ) సరళకోణము బి) శీర్షాభిముఖ కోణాలు

సి) రేఖీయద్వయం డి) ఏదికాదు



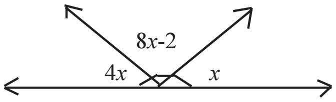
10. ఒక రేఖ రెండు లేదా అంతకన్నా ఎక్కువ రేఖలను విభిన్న బిందువుల వద్ద ఖండిస్తే ఆ రేఖను .... అంటారు (   )

ఎ) ఖండన రేఖ బి) సమాంతర రేఖ సి) పరావర్తనరేఖ డి) తిర్యగ్రేఖ

11. ప్రక్క పటము నుండి x విలువ కనుగొనుము (   )

ఎ) 14^0 బి) 180^0

సి) 360^0 డి) 36^0



12. ప్రక్క పటములో PQ ఒక .... (   )

ఎ) రేఖ బి) సరళ రేఖ సి) రేఖా ఖండము డి) కిరణము

13. రెండు కోణములు సంపూరకములు మరియు సమానమైతే వాటా విలువ..... (   )

ఎ) $90^0, 90^0$ బి) $45^0, 45^0$ సి) 180^0, 180^0 డి) $135^0, 135^0$

14. 4 గం॥ల 30 ని॥లకు గడియారములో మళ్లే మధ్య కోణము...... (   )

ఎ) 45^0 బి) 90^0 సి) 180^0 డి) 60^0

15. రెండు సంపూరక కోణములు 7 :11 నిష్పత్తిలో ఉంటే వాటి విలువ ఎంత (   )

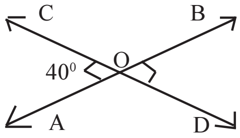
ఎ) $70^0, 120^0$ బి) $60^0, 120^0$ సి) $70^0, 110^0$ డి) 50^0, 130^0

GRK

16. ప్రక్క పటములో $\angle AOC = 40^0$ అయిన $\angle BOD =$ (   )

ఎ) 140^0 బి) 50^0

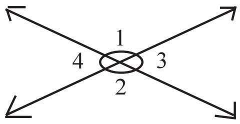
సి) 160^0 డి) 40^0



17. ప్రక్క పటము నుండి ఈ క్రింది వానిలో అసత్యమైనది............ - (   )

ఎ) $\angle 1 = \angle 2$ బి) $\angle 1 + \angle 3 = 180^0$

సి) $\angle 1 = \angle 4$ డి) $\angle 3 = \angle 4$



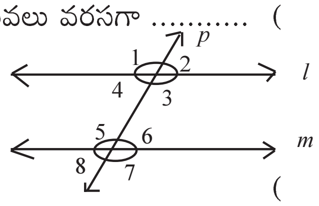
18. ఒక అల్ప కోణము యొక్క సంపూరకము .... (   )

ఎ) అధిక కోణము బి) లంబకోణము సి) అల్పకోణము డి) 180^0

19. ప్రక్క పటములో $\angle 1 = 35^0$ అయిన $\angle 2, \angle 3, \angle 4$ విలువలు వరసగా .... (   )

ఎ) 135^0, 45^0, 135^0 బి) 45^0, $135^0, 45^0$

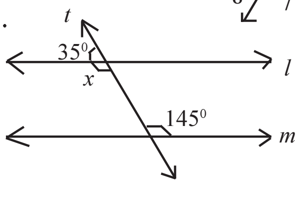
సి) 45^0, 45^0, 135^0 డి) పైవన్నియూ



20. ప్రక్క పటములో x విలువ................. (   )

ఎ) 35^0 బి) 180^0

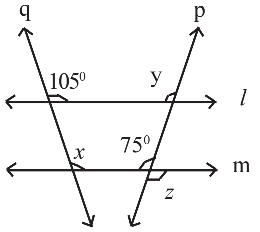
సి) 145^0 డి) ఏదికాదు



21. ప్రక్క పటము నుండి x+y+z విలువ

ఎ) 255^0 బి) 250^0

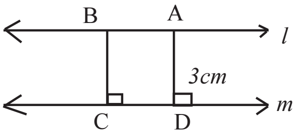
సి) 355^0 డి) 360^0



22. ప్రక్క పటములో l//m A,Dల మధ్యలంబ దూరము 3 సెం.మీ. అయితే BC = ...( )

ఎ) చెప్పలేము బి) 3 కంటే తక్కువ

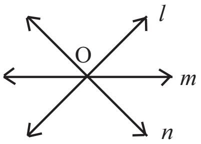
సి) 3 కంటే ఎక్కువ డి) 3



23. ప్రక్క పటములో l,m మరియు n రేఖలను .... అంటారు ( )

ఎ) ఖండన రేఖలు బి) మిళిత రేఖలు

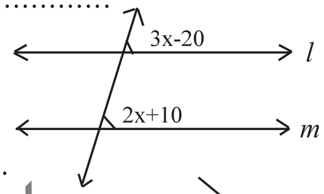
సి) ఎ మరియు బి డి) ఏదికాదు



24. ప్రక్క పటములో l//m అయితే X విలువ .... ( )

ఎ) 60^0 బి) 80^0

సి) 110^0 డి) 30^0

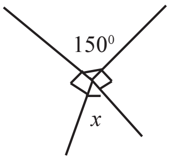


25. 90−x యొక్క సంపూరక కోణము .... ( )

ఎ) 90−X బి) 90+X

సి) 90^0 డి) x−90

GRK



26. ప్రక్క పటములో x విలువ .... ( )

ఎ) 60^0 బి) 50^0 సి) 30^0 డి) 80^0

27. $\angle a:\angle b = 7:5;\ \angle a:\angle b = 180^0$ అయిన $\angle a - \angle b =$ ( )

ఎ) 30^0 బి) 75^0 సి) 65^0 డి) 90^0

28. $\angle AOB$ లో కోణము యొక్క భుజములు .... ( )

ఎ) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}$ బి) $\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{BO}$ సి) $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ డి) పైవన్నీ

29. రేఖా ఖండము, కిరణము మరియు రేఖ యొక్క చివరి బిందువుల సంఖ్య వరసగా............

ఎ) 0,1,2 బి) 1,2,0 సి) 2,1,0 డి) 0,2,1

30 $l \perp n$ మరియు $m \perp n$ అయిన ఈ క్రింది వానిలో ఏది సత్యము ( )

ఎ) l//m బి) $l \perp n$ సి) $l \perp m \perp n$ డి) l//m//n

31. ఒక బహుభుజి యొక్క రేఖాఖండమును .... అంటారు ( )

ఎ) రేఖాఖండము బి) భుజము సి) కర్ణము డి) బి మరియు సి

32. రెండు చివరి బిందువులు గల రేఖ యొక్క భాగమును .... అంటారు ( )

ఎ) రేఖ బి) రేఖా ఖండము సి) కిరణము డి) కోణము

33. ఎటువంటి కొలతలు లేని జ్యామితీయ పటము ( )

ఎ) రేఖ   బి) తలము   సి) రేఖాఖండము   డి) బిందువు

34. ఒక రేఖా ఖండము .... కల్గివుంటుంది ( )

ఎ) నిర్దిష్ట పొడవు, చివరి బిందువులు ఉండవు

బి) అనంతమైన పొడవు. చివరి బిందువులు ఉండవు

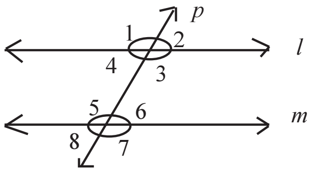
సి) నిర్దిష్ట పొడవు, చివరి బిందువులు ఉంటాయి   డి) ఏవీకావు

35. ఒక జత ఆసన్న కోణాలు సంపూరకాలైతే అవి .... ను ఏర్పరుస్తాయి ( )

ఎ) అనురూప కోణములు   బి) శీర్షాభిముఖ కోణములు

సి) రేఖీయ ద్వయం   డి) కిరణము

36. ప్రక్క పటములో అనురూప కోణములు ( )



ఎ) $\angle 1, \angle 5$ బి) $\angle 2, \angle 6$

సి) $\angle 3, \angle 7$ డి) పైవన్నీ

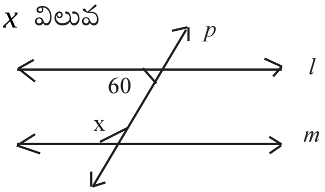
37. రెండు పూరక కోణముల మధ్య భేదము 12^0 అయిన ఆ కోణములు కొలతలు ( )

ఎ) $51^0, 49^0$ బి) $51^0, 39^0$

సి) $60^0, 30^0$ డి) $50^0, 40^0$

GRK

38. ప్రక్క పటములో $l // m$. p తిర్యగ్రేఖ అయితే x విలువ



ఎ) 60^0 బి) 30^0

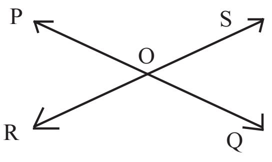
సి) 120^0 డి) 130^0

39. ఈ క్రింది వానిలో సంపూరక కోణములు ( )

ఎ) $50^0, 40^0$ బి) $150^0, 30^0$

సి) $110^0, 90^0$ డి) $40^0, 50^0$

40. ప్రక్క పటములో $\angle POR = 50^0$ అయిన $\angle ROQ =$ ( )

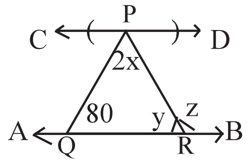


ఎ) 130^0 బి) 50^0

సి) 40^0 డి) 90^0

అభ్యాసము - 2

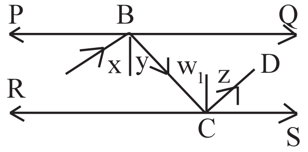
1. ప్రక్కపటములో $\overline{AB} // \overline{CD}$, x,y,z, విలువలు ....



ఎ) $20^0, 60^0, 120^0$ బి) $60^0, 30^0, 150^0$

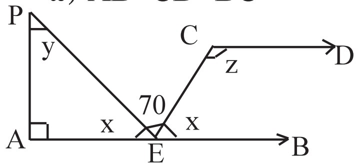
సి) $50^0, 60^0, 110^0$ డి) పైవన్నీ

2. ప్రక్క పటములో $\overline{PQ}$, $\overline{RS}$ లు ఒకదానికొకటి ఎదురెదురుగా అమర్చబడిన రెండు దర్పణములు, పతన కోణము $\overline{AB}$, $\overline{PQ}$ లను B వద్ద మరియు పరావర్తన కోణము $\overline{CD}$, $\overline{RS}$ ను C వద్ద తాకినది. అయితే $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ ల గురించి ఏమ చెప్పగలవు? ( )



ఎ) $AB \perp CD$ బి) AB=CD సి) AB//CD డి) AB+CD=BC

3. ప్రక్కపటములో $\overline{AB} // \overline{CD}$ అయితే x-y+z విలువ

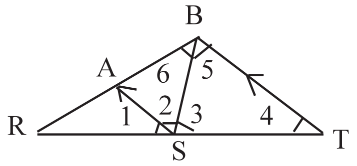


ఎ) 215^0 బి) 70^0

సి) 145^0 డి) 95^0

4. ప్రక్క పటములో $\overline{AS} // \overline{BT}$, $\angle 4 = \angle 5$, $\angle AST$ ను $\overline{SB}$ సమద్విఖండన చేయును. అయితే $\angle x$ విలువ ( )

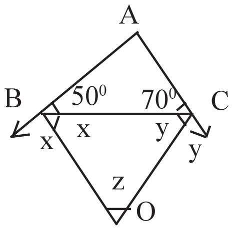
GRK



ఎ) 30^0 బి) 40^0

సి) 50^0 డి) 60^0

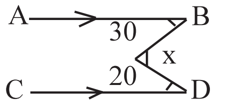
5. ప్రక్క పటములో ABC ఒక త్రిభుజము, $\angle B = 50^0, \angle C = 70^0$ $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ పొడిగించగా వాటి బాహ్యకోణ సమద్విఖండన రేఖలు O వద్ద ఖండించుకొన్నవి అయితే z విలువ ( )



ఎ) 55^0 బి) 60^0

సి) 65^0 డి) 130^0

6. ప్రక్కపటములో x విలువ ( )



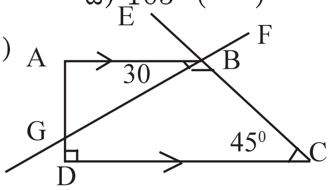
ఎ) 30^0 బి) 20^0

సి) 10^0 డి) 50^0

7. ఒక కోణము దాని సంపూరకము రెట్టింపు కంటే 45^0 తక్కువ అయిన పెద్ద కోణము విలువ

ఎ) 75^0 బి) 100^0 సి) 120^0 డి) 105^0 ( )

8. ప్రక్క పటములో $\angle EBF$ విలువ ( )



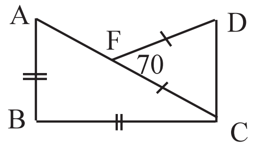
ఎ) 70^0 బి) 105^0

సి) 150^0 డి) 60^0

9. ప్రక్క పటములో $\angle BCD =$ ( )

ఎ) 150^0 బి) 100^0

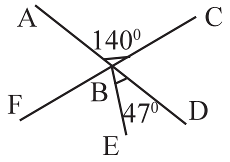
సి) 70^0 డి) 130^0



10. ఈ క్రింద పటములో $\angle EBF$ విలువ కనుగొనుము ( )

ఎ) 93^0 బి) 140^0

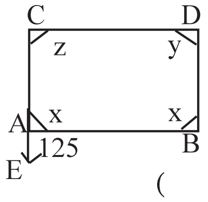
సి) 47^0 డి) 107^0



11. ప్రక్క పటము నుండి x+y విలువ కనుగొనుము ( )

ఎ) 125^0 బి) 55^0

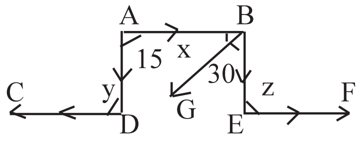
సి) 180^0 డి) 65^0



12. ఈ పటములో x, y, z విలువలు ( )

ఎ) $35^0, 115^0, 65^0$ బి) $40^0, 50^0, 60^0$

సి) $15^0, 25^0, 75^0$ డి) $55^0, 85^0, 25^0$



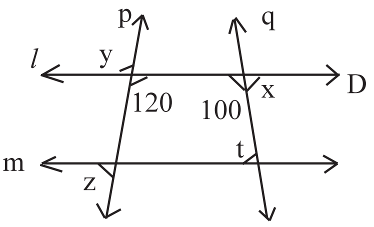
13. ప్రక్క పటములో ఆంగ్ల అక్షరముల చే సూచించబడిన కోణముల మొత్తము కనుగొనుము

(l //m, p,q లు తిర్యగ్రేఖలు)

ఎ) 360^0 బి) 340^0

సి) 300^0 డి) 400^0

GRK



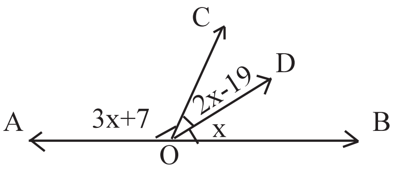
14. ఒక కోణము పూరకము యొక్క 7 రెట్లు దాని సంపూరకము యొక్క 3 రెట్లు కంటే 10 తక్కువ అయిన ఆ కోణములు కొలత ( )

ఎ) 90^0 బి) 180^0 సి) 35^0 డి) 25^0

15. $\angle AOB$ ఒక సరళ రేఖ $\angle COD$ ( )

ఎ) 32^0 బి) 45^0

సి) 192^0 డి) 103^0

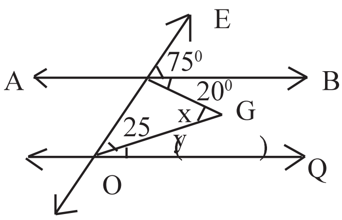


16. ప్రక్క పటములో AB//PQ అయితే

x విలువ, y విలువలు ( )

ఎ) $x = 50^0, y = 70^0$ బి) $x = 75^0, y = 85^0$

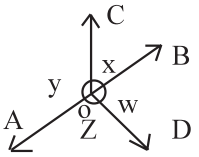
సి) $x = 70^0, y = 50^0$ డి) $x = 85^0, y = 75^0$



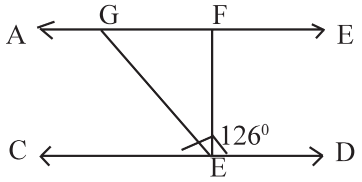
17. ప్రక్క పటములో x+y=w+z అయితే $\angle AOB =$ ( )

ఎ) 180^0 బి) 360^0

సి) 270^0 డి) 95^0



18. ప్రక్క పటములో $\overline{AB}//\overline{CD}, \overline{EF}\perp\overline{CD}$,

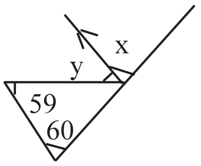


$\angle$GED=126^0 అయితే $\angle$AGE ( )

ఎ) 126^0 బి) 180^0

సి) 54^0 డి) 36^0

19. ప్రక్క పటములో బాణము గుర్తు కలిగిన రేఖలు



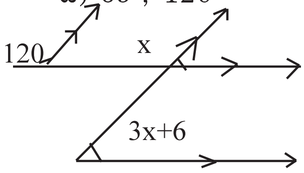
సమాంతరములు అయితే x,y లు కనుగొనుము

ఎ) 50^0, 69^0 బి) 60^0, 59^0

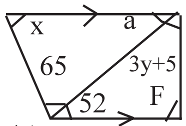
సి) 61^0, 79^0 డి) 69^0, 50^0

20. ఈ పటము నుండి తెలియని కోణముల కొలతలు ( )

ఎ) 60^0, 18^0 బి) 78^0,10^0 సి) 60^0, 60^0 డి) 69^0, 120^0



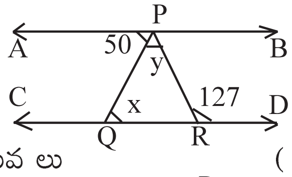
21. ప్రక్క పటము నుండి x, y ల మొత్తము ( )



ఎ) 63^0, 11^0 బి) 11^0, 63^0

సి) A మరియు B డి) 74^0

22. ప్రక్క పటములో $\overline{AB}//\overline{CD}, x, y$ విలువలు వరసగా

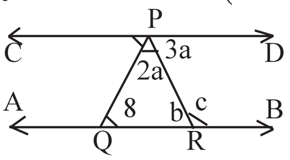


ఎ) 50^0, 127^0 బి) 50^0, 77^0

సి) 77^0, 50^0 డి) 127^0, 50^0

GRK

23. ప్రక్క పటములో $\overline{AB}//\overline{CD}$ అయితే a, b, c ల విలువ లు ( )

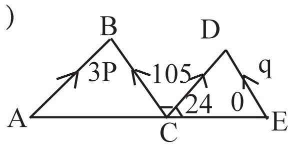


ఎ) 20^0, 60^0, 120^0 బి) 30^0, 70^0, 130^0

సి) 60^0, 90^0, 180^0 డి) ఏదీకాదు

24. ప్రక్క పటములో $\overline{AB}//\overline{CD}$ మరియు

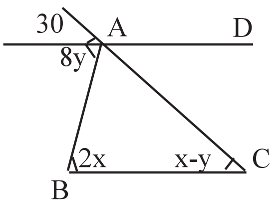
$\overline{BC}//\overline{DE}$ అయితే p,q విలువ ( )



ఎ) $p=51^0, q=35^0$ బి) $p=105^0, q=35^0$

సి) $p=35^0, q=51^0$ డి) $p=35^0, q=105^0$

25. ప్రక్క పటములో $\overline{AD}//\overline{BC}$ అయితే

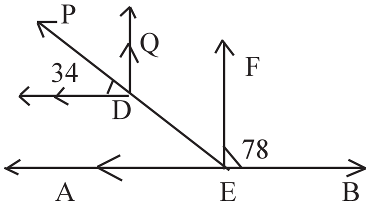


$\angle$B, $\angle$C ల విలువ లు ( )

ఎ) 80^0, 30^0 బి) 40^0,10^0

సి) 40^0, 30^0 డి) 30^0, 10^0

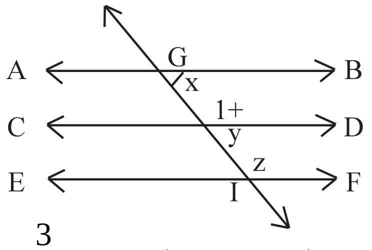
26. ప్రక్క పటము నుండి $\angle$PDQ విలువ ( )



ఎ) 34^0 బి) 68^0

సి) 112^0 డి) 78^0

27. ప్రక్క పటములో $\overline{AB}//\overline{CD}//\overline{EF}$ మరియు y:z = 2:3 అయితే x విలువ

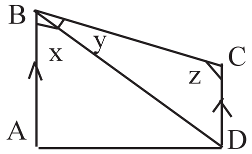


ఎ) 108^0 బి) 180^0

సి) 72^0 డి) 36^0

28. ప్రక్క పటములో $\overline{AB}//\overline{CD}$. $x=\frac{4}{3}y$ మరియు $y=\frac{3}{8}z$ అయిన ( )

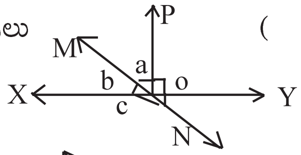
$x+y+z$ విలువ



ఎ) 180^0 బి) 108^0

సి) 360^0 డి) ఏదీకాదు

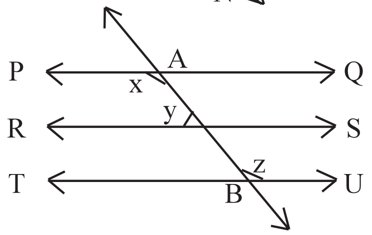
29. ప్రక్క పటములో a:b = 2:3 అయితే C విలువ ... డిగ్రీలు ( )



ఎ) 54^0 బి) 126^0

సి) 36^0 డి) 90^0

30. ప్రక్క పటములో $\overline{PQ}//\overline{RS}//\overline{TU}.\overline{AB}$ తిర్యగ్రేఖ మరియు y:z = 3:7 అయిన x విలువ

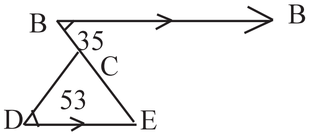


ఎ) 100^0 బి) 370^0

సి) 180^0 డి) 126^0

GRK

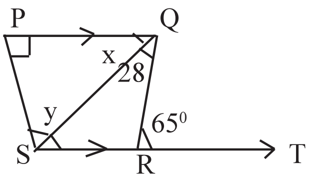
31. ప్రక్క పటములో $\overline{AB}//\overline{DE}$ అయితే $\angle DCF$ కొలత ( )



ఎ) 92^0 బి) 53^0

సి) 35^0 డి) 88^0

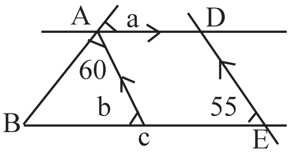
32. ప్రక్క పటములో $\overline{PQ}\perp\overline{PS}.\overline{PQ}//\overline{SR}$ అయితే x-y విలువ ( )



ఎ) 37^0 బి) 53^0

సి) 16^0 డి) -16^0

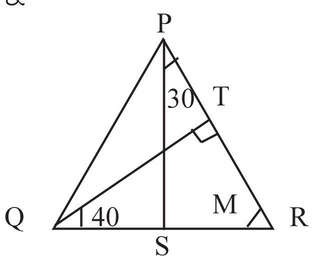
33. ప్రక్క పటములో $\overline{AD}//\overline{BE}$ మరియు $\overline{AC}//\overline{DE}$ అయిన a,bల విలువలు ( )



ఎ) $a=55^0, b=65^0$ బి) $a=65^0, b=55^0$

సి) $b=65^0, a=75^0$ డి) పైవన్నీ

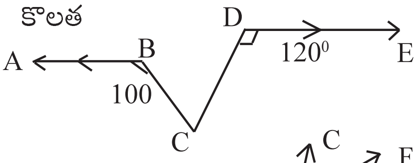
34. ఈ పటములో $\overline{QT}\perp\overline{PR}$, $\angle TQR=40^0$ మరియు $\angle SPR=30^0$ అయితే x విలువ



ఎ) 40^0 బి) 90^0

సి) 50^0 డి) 70^0

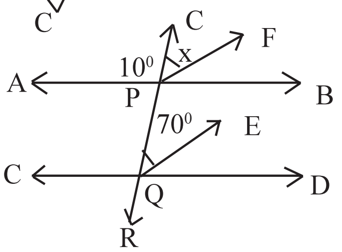
35. ప్రక్క పటములో $\overline{AB}//\overline{DE}$ అయితే $\angle BCD$ కొలత



ఎ) 40^0 బి) 60^0

సి) 80^0 డి) 50^0

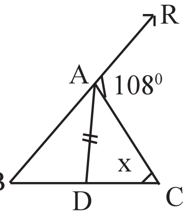
36. ప్రక్క పటములో $\overline{AB}//\overline{CD}, \overline{PF}//\overline{OE}$ అయితే x, y మొత్తము నుండి xy ల భేదాన్ని తీసివేయగా



ఎ) 70^0 బి) 10^0

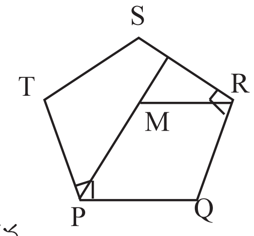
సి) 60^0 డి) 20^0

37. ప్రక్క పటములో $\angle BAC$ ని AD 1:3 నిష్పత్తిలో విభజించును $\overline{AD}//\overline{DB}$ అయితే x= ( )



ఎ) 90^0 బి) లంబకోణము

సి) A=B డి) 18^0

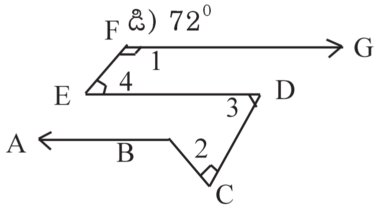


38. PQRST ఒక క్రమ పంచభుజి. $\angle TPQ$ యొక్క సమద్విఖండన రేఖ PL ను RS వద్ద Lవఖండిస్తుంది. $\angle SRQ$ యొక్క సమద్విఖండన రేఖ PL ను M వద్ద ఖండించిన $\angle RML$ కొలత కనుగొనుము.

ఎ) 36^0 బి) 144^0 సి) 108^0 డి) 72^0

GRK

39. ప్రక్క పటములో $\overline{AB}//\overline{DE}$, $\overline{DE}//\overline{FG}$, $\overline{CD}//\overline{EF}$,



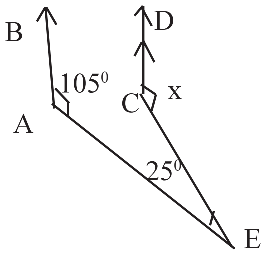
$\angle 2=55^0$ మరియు $\angle 4 = 60^0$ అయిన

$\angle 1$ మరియు $\angle 3$ ల విలువలు వరసగా

ఎ) $\angle 1=60^0, \angle 3=120^0$ బి) $\angle 1=120^0, \angle 3=60^0$

సి) $\angle 1+\angle 3=180^0$ డి) పై వన్నీ

40. ప్రక్క పటములో $\overline{AB}//\overline{CD}$ అయితే x విలువ



ఎ) 70^0 బి) 105^0

సి) 130^0 డి) 50^0

జ్యామితి (లేదా) సమతల జ్యామితి
రేఖలు మరియు కోణములు

KEY

LEVEL - 1

1	C
2	D
3	A
4	C
5	D
6	A
7	B
8	D
9	C
10	D
11	A
12	C
13	A
14	A
15	C
16	D
17	C
18	A
19	B
20	C

21	A
22	D
23	B
24	D
25	B
26	C
27	A
28	C
29	C
30	A
31	B
32	B
33	D
34	C
35	C
36	D
37	B
38	C
39	B
40	A

GRK

LEVEL - 2

1	A
2	C
3	C
4	D
5	B
6	D
7	D
8	D
9	B
10	A
11	C
12	A
13	B
14	D
15	B
16	C
17	A
18	A
19	B
20	C

21	D
22	B
23	A
24	C
25	A
26	B
27	C
28	A
29	B
30	D
31	A
32	D
33	B
34	C
35	A
36	D
37	C
38	A
39	B
40	C

5. త్రిభుజాలు

* మూడు రేఖాఖండాలచే ఏర్పడిన సరళ సంవృత పటాన్ని త్రిభుజం అంటారు

* ఈ రేఖాఖండాలను "భుజాలు" అంటారు.

* సరేఖీయాలు కాని మూడు బిందువులచే త్రిభుజం ఏర్పడుతుంది

* ఒక త్రిభుజం 3 శీర్షాలు, 3 భుజాలు, 3 కోణాలను కలిగివుంటుంది.

* ఒక త్రిభుజం, అది వుండే సమతలాన్ని మూడ బిందు సమితులుగా (భాగాలు)గా విభజిస్తుంది. అవి

i) త్రిభుజ అంతరం

ii) త్రిభుజ పై భాగం

iii) త్రిభుజ బాహ్యం

* ఒక త్రిభుజం మరియు దాని అంతరాలను కలిపి త్రిభుజ ప్రాంతం అంటారు.

యూక్లిడ్:

* యూక్లిడ్ ప్రసిద్ధ గ్రీకు తత్వవేత్త మరియు గణిత శాస్త్రవేత్త

* యూక్లిడ్ తాను వ్రాసిన "ది ఎలిమెంట్" అను గ్రంథములో జ్యామితిని ఒక తార్కిక క్రమంలో ప్రవేశ పెట్టాడు (వివరించాడు)

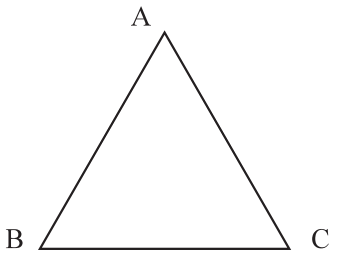
* యూక్లిడ్ జ్యామితిని "యూక్లిడియన్ జ్యామితి" అంటారు.

GRK

* ఒక త్రిభుజానికి ఆరు ప్రాథమిక భాగాలు (ముఖ్య భాగాలు) ఉంటాయి. అవి 3 భుజాలు మరియు 3 కోణాలు.

త్రిభుజ భాగాలు

i)	3 శీర్షాలు	AB or c.
		BC or a.
		AC or b.
ii)	3 భుజాలు	A, B, C
iii)	3 కోణాలు	$\underline{\lvert A}(or)\underline{\lvert BAC}(or)\underline{\lvert CAB}$
		$\underline{\lvert B}(or)\underline{\lvert ABC}(or)\underline{\lvert CBA}$
		$\underline{\lvert C}(or)\underline{\lvert ACB}(or)\underline{\lvert BCA}$

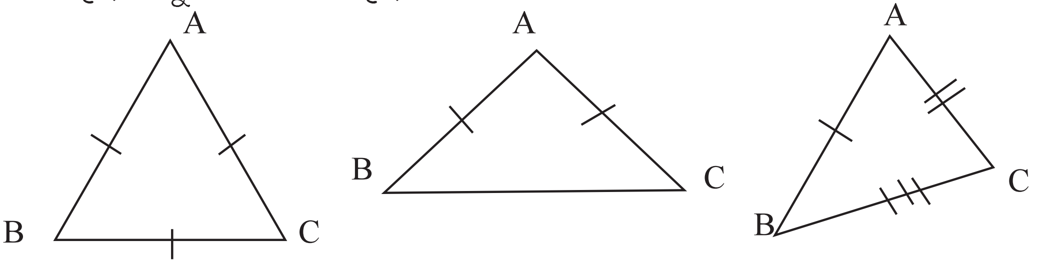


త్రిభుజాల వర్గీకరణ :

* భుజాల ఆధారంగా త్రిభుజాలు 3 రకాలు అవి,

* సమబాహు త్రిభుజం : ఒక త్రిభుజంలోని మూడు భుజాల కొలతలు సమానంగా ఉంటే, ఆ త్రిభుజాన్ని "సమబాహు త్రిభుజం" అంటారు.

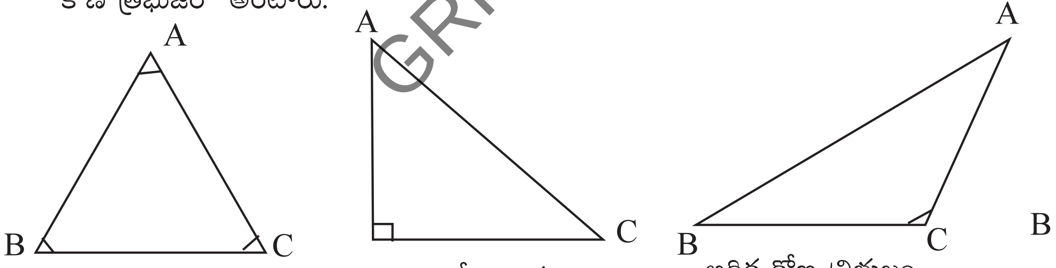
* సమద్విబాహు త్రిభుజం : ఒక త్రిభుజంలోని ఏవేని రెండు భుజాల కొలతలు సమానంగా ఉంటే, ఆ త్రిభుజాన్ని "సమద్విబాహు త్రిభుజం" అంటారు.
* విషమ బాహు త్రిభుజం : ఒక త్రిభుంలో ఏ రెండు భుజాల కొలతలు సమానంగా లేనిచో ఆ త్రిభుజాన్ని "విషమ బాహు త్రిభుజం" అంటారు.



సమబాహు త్రిభుజం   సమద్విబాహు త్రిభుజం   విషమబాహు త్రిభుజం

* కోణముల ఆధారముగా త్రిభుజాలు 3 రకాలు అవి
  * అల్పకోణ త్రిభుజం : ఒక త్రిభుజంలోని అన్ని కోణాలు అల్పకోణాలైనచో, ఆ త్రిభుజాన్ని "అల్పకోణ త్రిభుజం" అంటారు.
  * లంబకోణ త్రిభుజం : ఒక ప్రతిభుజంలోని ఒక కోణం లంబకోణమైనచో, ఆ త్రిభుజాన్ని "లంబకోణ త్రిభుజం" అంటారు.
  * అధిక కోణ త్రిభుజం : ఒక త్రిభుజంలోని ఒక కోణం అధిక కోణమైనచో, ఆ త్రిభుజాన్ని "అధిక కోణ త్రిభుజం" అంటారు.

GRK



అల్పకోణ త్రిభుజం   లంబకోణ త్రిభుజం   అధిక కోణ త్రిభుజం

* ఒక త్రిభుజంలో ఒకే ఒక అధిక కోణం ఉండటానికి అవకాశం ఉంటుంది.
* ఒక త్రిభుజంలో ఒకే ఒక లంబకోణం ఉండటానికి అవకాశం ఉంటుంది.
* ఒక సమ బాహు త్రిభుంలోని కోణాలు $60^0, 60^0, 60^0$ అనగా అవి 1:1:1 నిష్పత్తిలో ఉంటాయి.
* ఒక లంబకోణ త్రిభుజంలో, లంబకోణానికి ఎదురుగా ఉండే భుజాన్ని 'కర్ణము' అంటారు
* లంబకోణ త్రిభుజంలో అతి పెద్ద భుజం కర్ణము
* లంబకోణ సమద్విబాహు త్రిభుజంలోని కోణాలు $45^0, 90^0, 45^0$ అనగా వాటి నిష్పత్తి 1:2:1
* లంబకోణ సమద్విబాహు త్రిభుజంలో కర్ణము, దాని భుజానికి $\sqrt{2}$ రెట్లు ఉంటుంది
* ఒక లంబకోణ త్రిభుజంలో మిగిలిన రెండు కోణాల మొత్తం ఒక లంబ కోణం (లేదా) మిగిలిన రెండు కోణాలు పూరకాలు.
* ఒక సమద్విబాహు త్రిభుజంలోని భూ కోణాలు సమానం

* ఒక త్రిభుజంలోని ఏ రెండు భుజాల కొలతల మొత్తమైనా, మూడవ భుజం కొలత కంటే ఎక్కువ.
* ఒక త్రిభుజంలోని ఏ రెండు భుజాల కొలతల భేదమైనా, మూడవ భుజం కొలత కంటే తక్కువ.
* ఒక త్రిభుజంలో, ఒక శీర్షం నుండి దాని ఎదుటి భుజానికి గీచిన లంబమును ఆ త్రిభుజ "ఉన్నతి" అంటారు.
* అల్పకోణ త్రిభుజంలోని ఉన్నతి త్రిభుజ అంతరంలో ఉంటుంది.
* అధికకోణ త్రిభుజంలో ఉన్నతి త్రిభుజ బాహ్యంలో ఉంటుంది.
* లంబకోణ త్రిభుజంలో ఉన్నతి ఆ త్రిభుజ భుజంతో ఏకీభవించును
* ఒక త్రిభుజంలో ఉన్నతి ఆ త్రిభుజ ప్రతీ శీర్షము నుండి గీయవచ్చు.
* ఒక త్రిభుజంలో ఏదైనా శీర్షము నుండి దాని ఎదుటి భుజ మధ్య బిందువును కలిపే రేఖను మధ్యగతము అంటారు.
* మధ్యగత రేఖ ప్రతి త్రిభుజంలో దాని అంతరంలో ఉంటుంది.
* త్రిభుజ మధ్యగత రేఖల అనుషక్త బింధువును గురుత్వ కేంద్రము లేదా కేంద్రబాసము అంటారు. దానిని (G) అనే అక్షరముతో సూచిస్తారు.
* గురుత్వకేంద్రము ఆ త్రిభుజ మధ్యగత రేఖను 2:1 నిష్పత్తిలో విభస్తుంది.
* త్రిభుజంలో ఉన్నతుల అనుషక్త బింధువును లంబకేంద్రం అంటారు. దీనిని (O)తో సూచిస్తారు.
* ఒక త్రిభుజంలోని 3 కోణాల మొత్తం 180^0 లేదా రెండు లంబకోణాలు.
* ఒక త్రిభుజంలోని 3 కోణాలు ఒక సరళ కోణాన్ని ఏర్పరుస్తాయి.
* ఒక త్రిభుజంలో ఏదైనా ఒక భుజాన్ని పొడిగించగా ఏర్పడిన బాహ్యకోణం దాని అంతరాభిముఖ కోణాల మొత్తానికి సమానం.
* ఒక త్రిభుజంలోని బాహ్యకోణాల మొత్తం 360^0, 4 లంబకోణాలు లేదా ఒక సంపూర్ణ కోణము.
* ఒక త్రిభుజం నిర్మించుటకు 3 స్వతంత్ర కొలతలు కావాలి.
* ఒక సమబాహు త్రిభుజము నిర్మించుటకు ఒక కొలత (భుజము) అవసరం.
* ఒక లంబకోణ త్రిభుజం నిర్మించుటకు లంబకోణము కాక మరొక రెండు కొలతలు అవసరం.
* లంబకోణ సమద్విబాహు త్రిభుజం నిర్మించుటకు ఒక సమాన భుజము కొలత అవసరం
* మూడు కోణాల కొలతలు మాత్రమే ఇచ్చినప్పుడు త్రిభుజాన్ని నిర్మించలేము.
* ఏవైనా రెండు పటాలు ఒకే ఆకారము కలిగి ఉంటే వాటిని సరూప పటాలు అంటారు.
* సరూపానికి గుర్తు '$\sim$'
* <u>సరూప పటాలకు ఉదాహరణ :</u> రెండు రేఖ ఖండాలు, రెండు వృత్తాలు, రెండు చతురస్రాలు, రెండు సమబాహు త్రిభుజాలు
* ఒకే ఆకారము, ఒకే పరిమాణము కలగిన పటాలను సర్వ సమాన పటాలు అంటారు.

GRK

* సర్వసమానానికి గుర్తు '≅' దీనిలో '∼' సరూపము; '=' సమానము.
* రెండు రేఖాఖండములు సర్వ సమానం కావలెనంటే అవి ఒకే పొడవు కలిగి వుండాలి.
* రెండు వృత్తాలు సర్వసమానం కావలెనంటే అవి ఒకే వ్యాసార్ధం కలిగివుండాలి.
* రెండు చతురస్రాలు సర్వసమానం కావలెనంటే వాటి భుజాల పొడవులు సమానం కావాలి.

<u>సర్వసమానత్వ నియమాలు</u> :

(1) భుజము - భుజము - భుజము సర్వసమానత్వము (భు.భు.భు) :- రెండు త్రిభుజాలలో ఒక త్రిభుజంలోని మూడు భుజాల కొలతలు వరుసగా రెండవ త్రిభుజంలోని సదృశ్య భుజాల కొలతలకు సమానం అయితే ఆ రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానం

(2) భుజము - కోణము - భుజము సర్వసమానత్వము (భు.కో.భు) :- రెండు త్రిభుజాలలో ఒక త్రిభుజంలోని రెండు భుజాలు వాటి మధ్య కోణము వరుసగా రెండవ త్రిభుజంలోని సదృశ్య భుజాలు వాటి మధ్య కోణమునకు సమానం అయితే ఆ రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానం

(3) కోణము - భుజము - కోణము సర్వసమానత్వము (కో.భు.కో) :- రెండు త్రిభుజాలలో ఒక త్రిభుజంలోని రెండు కోణాలు వాటి ఉమ్మడి భుజము వరుసగా రెండవ త్రిభుజంలోని సదృశ్య కోణాలు, వాటి ఉమ్మడి భుజమునకు సమానం అయితే ఆ రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానం

(4) లంబకోణము - కర్ణము - భుజము సర్వసమానత్వము (లం.క.భు.) :- రెండు లంబకోణ త్రిభుజాలలో ఒక త్రిభుజంలోని కర్ణము, ఒక భుజము వరుసగా రెండవ త్రిభుజంలోని కర్ణము, సదృశ్య భుజానికి సమానం అయితే ఆ రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానం

GRK

* రెండు సర్వసమాన త్రిభుజాలలో సదృశ్యభాగాలు సమానము
* CPCT : సర్వసమాన త్రిభుజాలలోని సదృశ్య భాగాలు.
* ఒక సమద్విబాహు త్రిభుజంలో సమాన భుజాలకు ఏదురుగా ఉన్న కోణాలు సమానం.
* ఒక సమద్విబాహు త్రిభుజంలో సమాన కోణాలలకు ఎదురుగా ఉన్న భుజాలు సమానం.
* ఏదైనా త్రిభుజంలో పెద్దకోణానికి ఎదురుగా వుండే భుజం పెద్దది.
* ఒక త్రిభుజంలోని కోణాలు 1:1:1 నిష్పత్తిలో ఉన్న వాటికి ఎదురుగా వుండే భుజాలు 1:1:1 నిష్పత్తిలో ఉండును.
* ఒక త్రిభుజంలోని కోణాలు 1:2:3 నిష్పత్తిలో వున్న వాటికి ఎదురుగా వుండే భుజాలు $1:\sqrt{3}:2$ నిష్పత్తిలో ఉండును.
* ఒక త్రిభుజంలోని కోణాలు 1:1:2 నిష్పత్తిలో వున్న వాటికి ఎదురుగా వుండే భుజాలు $1:1:\sqrt{2}$ నిష్పత్తిలో ఉండును.
* సమబాహు త్రిభుజ ఉన్నతి దాని భుజానికి $\frac{\sqrt{3}}{2}$ రెట్లు ఉండును.
* త్రిభుజంలో లంబ సమద్విఖండన రేఖల మిళిత బిందువును పరివృత్త కేంద్రం అంటారు.
* అల్పకోణ త్రిభుజంలో పరివృత్త కేంద్రం త్రిభుజ అంతరంలో ఉంటుంది.

* అధికకోణ త్రిభుజంలో పరివృత్త కేంద్రం త్రిభుజ బాహ్యంలో ఉంటుంది.
* లంబకోణ త్రిభుజంలో పరివృత్త కేంద్రం కర్ణము మధ్యబిందువు అవుతుంది.
* లంబకోణ త్రిభుజంలో పరివృత్త వ్యాసార్ధం దాని కర్ణములో సగానికి సమానము
* త్రిభుజ శీర్షాలన్నింటి గుండాపోవు వృత్తము పరివృత్తము
* త్రిభుజ శీర్షాలన్నింటికి సమానదూరంలో వుండే బిందువు – పరివృత్త కేంద్రము
* త్రిభుజ కోణ సమద్విఖండన రేఖల మిళిత బిందువును అంతర వృత్త కేంద్రము అంటారు
* ప్రతి త్రిభుజం యొక్క అంతర వృత్త కేంద్రం ఆ త్రిభుజ అంతరంలో ఉంటుంది.
* అంతర వృత్తము త్రిభుజ భుజాలను తాకుతూ పోతుంది.
* అంతర వృత్త కేంద్రము త్రిభుజ భుజాలకు సమాన దూరంలో ఉంటుంది.
* సమ బాహు త్రిభుజములో గురుత్వకేంద్రము (G), లంబకేంద్రం (O), పరివృత్త కేంద్రం (S) అంతర వృత్త కేంద్రం (I) ఏకీభవించును.
* సమద్విబాహు త్రిభుజంలో గురుత్వకేంద్రం, లంబకేంద్రం, పరివృత్త కేంద్రం మరియు అంతర వృత్త కేంద్రాలు సరేఖీయాలు అవుతాయి.,
* పైథాగరస్ సిద్ధాంతం : ఒక లంబకోణ త్రిభుజంలో కర్ణము మీది వర్గము మిగిలిన రెండు భుజాల వర్గాల మొత్తానికి సమానము.

GRK

SOLVED PROBLEMS

1. ప్రక్కపటము నుండి x, y విలువలు కనుగొనండి

సాధన : $AB = AC \Longrightarrow \angle ABC = \angle ACB = x^0$

$\angle ACB$ మరియు $\angle ACD$ లు రేఖీయద్వయాన్ని ఏర్పరుస్తాయి.

$\therefore \angle ACB + \angle ACD = 180^0$

$x + y = 180^0$ .... (1)

అదే విధంగా $\angle BAC = 80^0$ [శీర్షాభిముఖ కోణాలు]

ΔACB లో $\angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$

[త్రిభుజంలో బాహ్యకోణము అంతరాభిముఖ కోణాల మొత్తానికి సమానం]

$y = 80^0 + x$

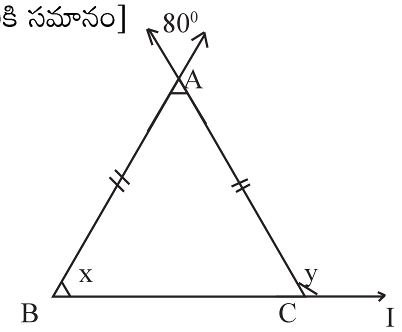
$y - x = 80^0$ .... (2)

(1) + (2) నుండి

$x+y=180^0;\quad x+x+80=180;\quad 2x=100;\quad x=50$

$x+y=180;\quad 50+y=180;\quad y=130$

$\therefore x=50^0;\quad y=130^0$



2. ఒక త్రిభుజములో బాహ్యకోణము 125^0 దాని అంతరాభిముఖ కోణాలు 2:3 నిష్పత్తిలో ఉన్న ఆ త్రిభుజ కోణాలను కనుగొనుము.

సాధన : ఒక బాహ్యకోణము $= 125^0$

అంతరాభిముఖ కోణాల నిష్పత్తి $= 2:3$

అంతరాభిముఖ కోణాలు $2x$ మరియు $3x$ అనుకొనుము

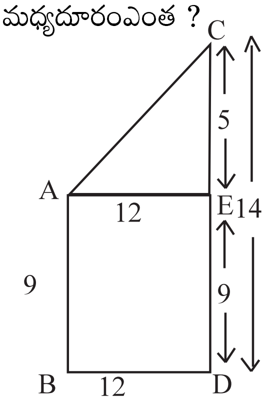
$\therefore 2x + 3x = 125^0$

$5x = 125$ $\qquad$ $2x = 2\text{x}25 = 50^0$

$x = \frac{125}{5} = 25^0$ $\qquad$ $3x = 3\text{x}25 = 75^0$

$\therefore$ త్రిభుజ కోణాలు $50^0, 75^0, 55^0$

3. 9మీ మరియు 14 మీ ఎత్తు గల రెండు స్తంభములు భూమిపై ఒకదానికొకటి ఎదురుగా నిలబడి వాటి అడుగు భాగముల మధ్య దూరం 12మీ అయిన వాటి కొనల మధ్యదూరంఎంత ?



సాధన : పక్క పటము నుండి

Δ AEC ఒక లంబకోణ త్రిభుజము

AE = 12; CE = 5; AC = ?

పైథాగరస్ సిద్ధాంతము ప్రకారము

GRK

$AC^2 = AE^2 + CE^2$

$AC^2 = 12^2 + 5^2$

$AC^2 = 144 + 25$

$AC^2 = 169$

$AC = \sqrt{169} = 13m$

$\therefore$ రెండు కొనల మధ్య దూరము = 13m

4. Δ ABC లో AB = 5 cm మరియు BC = 4 cm అయిన CA విలువ ఎంత అగునో తెలుపుము ?

సాధన : AB + BC > CA మరియు AB - BC < CA

==> CA < 9 cm మరియు CA > 1 cm

$\therefore$ కావున CA విలువ 1 మరియు 9 ల మధ్య వుండును.

5. 6, 8, 11 కొలతలు లంబకోణ త్రిభుజ భుజాలు అగునా ?

సాధన : పెద్ద భుజము కొలత 11,

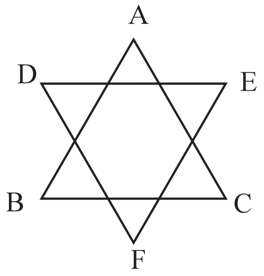
$11^2 = 121$

మిగిలిన రెండు భుజాల వర్గాల మొత్తము = $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$

$121 \neq 100$,

కావున 6, 8, 11 కొలతలు లంబకోణ త్రిభుజ భుజాలు కావు

6. ప్రక్క పటము నుండి $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = ?$

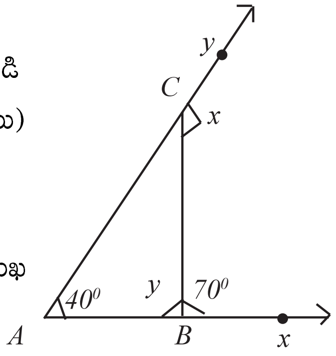


సాధన : In Δ ABC , $\angle A + \angle B + \angle C = 180^8$

In Δ DEF, $\angle D + \angle E + \angle F = 180^8$

$\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = 180 + 180 = 360^0$

7. ప్రక్క పటము నుండి x మరియు y విలువలు కనుగొనండి



సాధన: $\angle$ ABC+ $\angle$ CBX = 180^0 (రేఖీయ ద్వయము)

$70 + y = 180^0$

$y = 180 - 70 = 110^0$

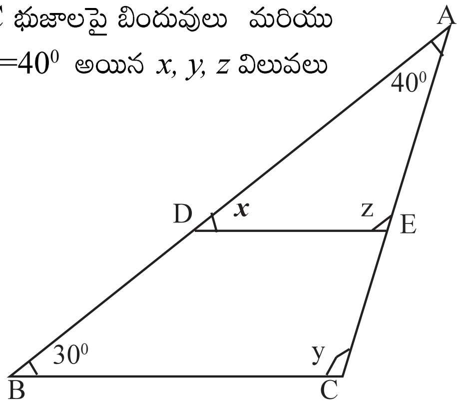
ఒక త్రిభుజములో బాహ్యాకోణము దాని అంతరాభిముఖ కోణాల మొత్తానికి సమానము.

$\angle BCY = \angle CAB + \angle ABC$

$x = 40 + y = 40 + 110 = 150^0$.

GRK

8. త్రిభుజము ABC లో D, Eలు AB మరియు AC భుజాలపై బిందువులు మరియు DE//BC అదే విధంగా $\angle B = 30^0$ మరియు $\angle A = 40^0$ అయిన *x, y, z* విలువలు కనుగొనండి



సాధన : ΔABC లో

$\angle A = 40^0$ మరియు $\angle B = 30^0$

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$

$\therefore \angle C = 110$

y=110

DE//BC (దత్తాంశం)

$z = y = 110^0$ (సదృశ్య కోణాలు)

$x = 30^0$ (సదృశ్య కోణాలు)

PRACTISE BITS :

1. ΔABC లో $\angle A = 50^0$, $\angle B = 70^0$, $\angle C = 60^0$ అయిన భుజాల పొడవులు ఆరోహణ క్రమంలో [ ]

   a. AB<BC<AC b. BC<AB<AC c. AC<AB<VC d. ఏదికాదు

2. ΔABC, లో $\angle A = 60^0$ మరియు AB=AC అయిన ΔABC [ ]

   a. సమద్విబాహు త్రిభుజం b. లంబకోణ త్రిభుజం

   c. లంబకోణ సమద్విబాహు త్రిభుజం d. సమబాహు త్రిభుజం

3. ఒక త్రిభుజంలో రెండు కోణాలు వరుసగా 40^0 మరియు 63^0 అయిన మూడవ కోణము [ ]

   a. 67^0 b. 57^0 c. 87^0 d. 77^0

4. ఈ క్రింది కొలతలలో లంబకోణాన్ని ఏర్పరచలేనివి [ ]

   a. 12 cm, 5 cm, 13 cm b. 8 cm, 6 cm, 10 cm

   c. 24 cm, 7 cm, 25 cm d. ఏదీకాదు

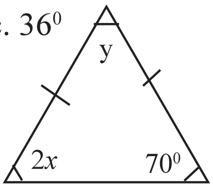
5. ΔABC లో $AB^2 = BC^2 + AC^2$ అయిన లంబకోణ శీర్షము [ ]

   a. A b. B c. C d. ఏదికాదు

6. ఒక త్రిభుజం కోణాలు 2:3:10 నిష్పత్తిలో ఉన్న మిక్కిలి పెద్ద కోణము [ ]

   a. 24^0 b. 120^0 c. 36^0 d. 72^0

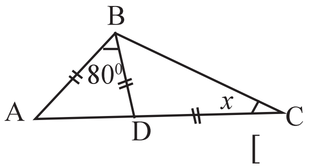
7. ప్రక్క పటము ఒక సమద్విబాహు త్రిభుజమును సూచించిన $x + y$ విలువ [ ]



   a. 62^0 b. 70^0

   c. 75^0 d. 83^0

8. ప్రక్క పటము నుండి x విలువ ఎంత ? (ADC సరళరేఖ) [ ]



   a. 25^0 b. 30^0

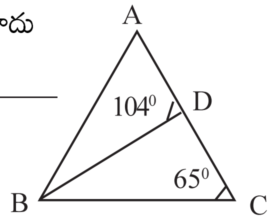
   c. 35^0 d. 40^0

9. $AB = (2x+20)cm, BC = \frac{3y}{5}cm$ మరియు $AC = (3z-20)cm$ ఇచట $x = 20cm, y = 100cm, z = 40cm$ అయిన ΔABC [ ]

   a. సమద్విబాహు త్రిభుజం b. సమబాహు త్రిభుం

   c. విషమబాహు త్రిభుజం d. ఏదీకాదు

10. ప్రక్కపటంలో $\angle BAD = 3\angle DBA$ అయిన $\angle ABC$ = _____ [ ]

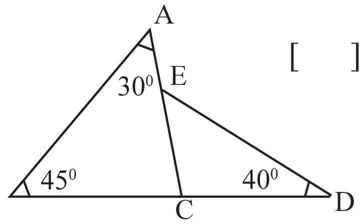


   a. 76^0 b. 19^0

   c. 42^0 d. 58^0

GRK

11. ప్రక్కపటము నుండి ∠AED విలువ [ ]



a. 75^0 b. 115^0

c. 105^0 d. 100^0

12. ABC త్రిభుజములో $\angle A = 2x - 10^0, \angle B = x - 10^0$, $\angle C = x$ అయిన ఈ క్రింది వానిలో లంబకోణమును సూచించునది. ( )

a. ∠A b. ∠B c. ∠C d. ఏదీకాదు

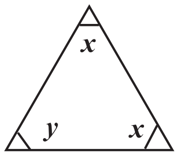
13. ΔABC , ΔXYZ లలో AB=YZ, BC=ZX, AC=XY అయిన ఈ క్రింది వానిలో ఏది సత్యము ( )

a. ∠A=∠Z b. ∠A=∠X c. ∠B=∠X d. ∠C=∠X

14. ప్రక్క పటము నుండి x మరియు y ల మధ్య గల సంబంధమును తెలియజేయునది. [ ]

a. y=180+2x b. 2x=180+y

c. $x = \frac{1}{2}(180 - y)$ d. $x = \frac{1}{2}[180 + y]$



15. ఒక సమద్విబాహు త్రిభుజములో రెండు భుజాలు వరుసగా 3 సెంమీ మరియు 8 సెం.మీ అయిన మూడవ భుజం కొలత ఎంత ( )

a. 3 సెం.మీ b. 8 సెం.మీ

c. 3 సెం.మీ లేదా 8 సెం.మీ d. ఏదీకాదు

GRK

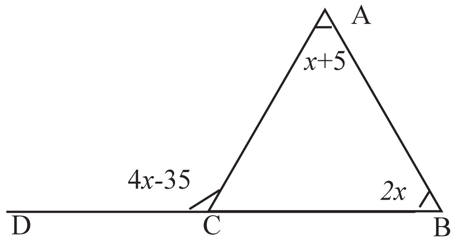
16. Δ ABC లో ∠A=90⁰ మరియు AB=AC అయిన Δ ABC [ ]

a. సమద్విబాహు త్రిభుజము b. లంబకోణ త్రిభుజము

c. లంబకోణ సమద్విబాహు త్రిభుజమ c. సమబాహు త్రిభుజము

17. $\angle A = x + 5^0, \angle B = 2x^0$ మరియు

$\angle ACD = 4x - 35^0$ అయిన $x =$



a. 45^0 b. 50^0

c. 40^0 d. 35^0

18. ΔABC లో $2\angle A = 3\angle B = 6\angle C$ అయిన అతి చిన్న కోణము విలువ ఎంత? ( )

a. 90^0 b. 60^0 c. 40^0 d. 30^0

19. Δ ABC లో ∠A+∠B=150⁰ మరియు ∠B+∠C=70⁰ అయిన ∠B = [ ]

a. 35^0 b. 45^0 c. 55^0 d. 25^0

20. ఒక త్రిభుజములో రెండు భుజాల కొలతలు 6 సెం.మి. మరియు 9 సెం.మి అయిన మూడవ భుజం కొలత ఎంత ? ( )

a. 3 cm b. 15 cm c. 17 cm d. 10 cm

21. 4 సెం.మి , 4 సెం.మి, $4\sqrt{2}$ సెం.మి కొలతలుగా గల త్రిభుజం [ ]

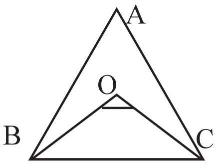
a. సమద్విబాహు త్రిభుజం b. లంబకోణ త్రిభుజం

c. లంబకోణ సమద్విబాహు త్రిభుజం d. సమబాహు త్రిభుజం

22. లంబకోణ సమద్విబాహు త్రిభుజంలో ఒక సమాన భుజం కొలత $\sqrt{2}$ సెం.మి అయిన దాని చుట్టుకొలత ఎంత ? [ ]

a. $2\left(1+\sqrt{2}\right)$ b. $4+\sqrt{2}$ c. $4+2\sqrt{2}$ d. $2+\sqrt{2}$

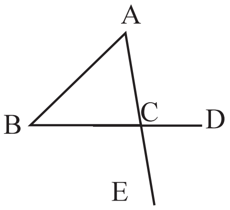
23. ΔABC లో $\angle$B మరియు $\angle$C యొక్క కోణ సమద్వి ఖండన రేఖలు O వద్ద ఖండించుకొంటున్నాయి. $\angle A=60^0$ అయిన $\angle$BOC [ ]



a. 60^0 b. 120^0

c. 100^0 d. 80^0

24. ప్రక్క పటములో



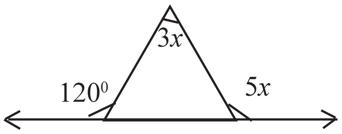
$\angle A=72^0$, మరియు $\angle B=50^0$, అయిన $\angle$DCE= [ ]

a. 72^0 b. 50^0

c. 58^0 d. 48^0

GRK

25. ప్రక్క పటము నుండి **x** విలువ [ ]



a. 20 b. 30

c. 40 d. 25

26. ఒక త్రిభుజములోని బాహ్యకోణాలు వరుసగా $(2x+10)^0, (3x+5)^0$ మరియు $(2x+40)^0$ అయిన $x=$ [ ]

a. 45 b. 35 c. 25 d. 55

27. ఈ క్రింది వానిలో త్రిభుజము ఏర్పరచగల కొలతలు [ ]

a. 8, 4, 20 b. 9, 17, 25 c. 11, 16, 28 d. None of these

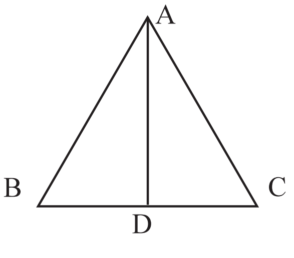
28. ఎల్లప్పుడూ త్రిభుజ అంతరంలో వుండే బిందువులు [ ]

a. లంబకేంద్రము మరియు అంతర వృత్త కేంద్రము

b. అంతర వృత్త కేంద్రము మరియు పరివృత్త కేంద్రము

c. గురుత్వ కేంద్రము మరియు లంబకేంద్రము d. గురుత్వ కేంద్రము మరియు అంతర వృత్త కేంద్రము

29. $\angle$BAD = $\angle$ CAD మరియు $\angle$ADB = $\angle$ ADC అయిన Δ ADB $\cong$ ΔADC లు ఏ నియమము ప్రకారము సర్వసమానాలు ( )



a. SAS b. ASA

c. RHS d. SSS

30. ఒక త్రిభుజం కలిగివుండేవి [ ]

a. ఖచ్చితంగా రెండు అల్పకోణాలు
b. ఖచ్చితంగా ఒక అల్పకోణం
c. కనీసం రెండు అల్పకోణాలు
d. ఖచ్చితంగా రెండు అధిక కోణాలు

31. Δ ABC త్రిభుజంలో $\angle$ A= $\angle$B+ $\angle$C మరియు $\angle$A=3x అయిన x = [ ]

a. 30^0 b. 60^0 c. 90^0 d. 45^0

32. Δ ABC త్రిభుజములో ఈ క్రింది వానిలో ఏది సత్యము [ ]

a. AB-BC>CA b. AB+BC<CA c. AB-BC<CA d. AB+CA<BC

33. త్రిభుజ శీర్షాలకు సమాన దూరంలో వుండే బిందువు [ ]

a. అంతర వృత్త కేంద్రము
b. లంబ కేంద్రము
c. గురుత్వ కేంద్రం
d. పరివృత్త కేంద్రము

34. Δ ABC లో AB=AC మరియు AD $\perp$ BC ?అయితే. ఏ నియమం ప్రకారం Δ ADB మరియు Δ ADC లు సర్వసమానాలు [ ]

a. భు.కో.భు b. భు.భు.భు c. లం.క.భు d. కో.కో.కో

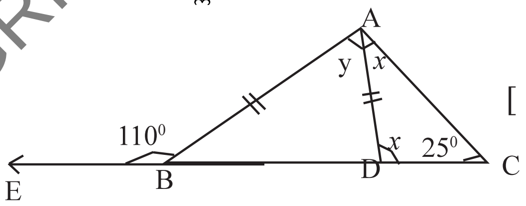
35. ఒక త్రిభుజంలోని అన్ని భుజాలను రెట్టింపు చేసిన దాని వైశాల్యములో మార్పు [ ]

a. మార్పు ఉండదు
b. 2 రెట్లు అగును
c. 3 రెట్లు అగును
d. 4 రెట్లు అగును

GRK

36. ప్రక్క పటము నుండి $\angle$Z= [ ]

a. 40^0 b. 110^0
c. 45^0 d. 90^0



137. ఒక త్రిభుజాన్ని నిర్మించడానికి కావలసిన స్వతంత్ర కొలతల సంఖ్య [ ]

a. 3 b. 4 c. 2 d. 1

38. ΔABC లో AB = AC మరియు $\angle$A=50^0 అయి [ ]

a. 60^0 b. 65^0 c. 70^0 d. 75^0

39. ΔABC $\cong$ ΔPQR మరియు $\angle B = x+15^0, \angle Q = 70^0, \angle C = 5y+10^0$ మరియు $\angle R = 35^0$ కో.భు.కో నిమయం ప్రకారము సర్వసమానాలు అయిన x , y విలువలు [ ]

a. 60^0, 5^0 b. 55^0, 5^0 c. 50^0, 5^0 d. 45^0, 15^0

40. ఒక త్రిభుజములోని మూడు కోణాలు వరుసగా 1:2:3 నిష్పత్తిలో నున్న వాటి కెదురుగా వుండో భుజాల నిష్పత్తి [ ]

a. 1:2:3 b. 1:1:2 c. $1:\sqrt{3}:2$ d. $1:\sqrt{2}:\sqrt{3}$

41. ఒక త్రిభుజములోని మూడు కోణాలు 1:2:1 నిష్పత్తిలో వున్న మిక్కిలి పెద్ద కోణం ( )

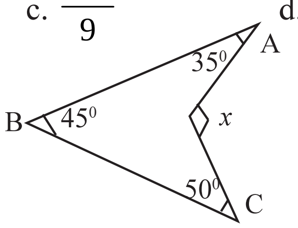
a. 45^0 b. 90^0 c. 60^0 d. 120^0

42. Δ ABC లంబకోణ సమద్విబాహు త్రిభుజంలో C వద్ద లంబకోణం కలదు మరియు AC=5 సెం.మి అయిన AB=

a. 2.5 సెం.మీ b. $5\sqrt{2}$ సెం.మీ c. 10 సెం.మీ d. 5 సెం.మీ

43. ఒక త్రిభుజములోని కోణాలు వరుసగా $(2x-5)^0, \left(3x-\frac{1}{2}\right)^0$ మరియు $\left(30-\frac{x}{2}\right)^0$ అయిన x విలువ [ ]

a. $\frac{311}{9}$ b. $\frac{309}{11}$ c. $\frac{310}{9}$ d. $\frac{301}{9}$



44. ప్రక్క పటము నుండి x విలువ [ ]

a. 130^0 b. 80^0

c. 95^0 d. 85^0

GRK

45. ఒక లంబకోణ త్రిభుజంలో ఒక కోణం 35^0 అయిన రెండవ కోణం కొలత [ ]

a. 65^0 b. 55^0 c. 45^0 d. 30^0

* * *

త్రిభుజాలు

KEY

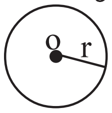
1	B
2	D
3	D
4	D
5	C
6	B
7	C
8	A
9	A
10	D
11	C
12	A
13	D
14	C
15	B
16	C
17	C
18	D
19	B
20	D

GRK

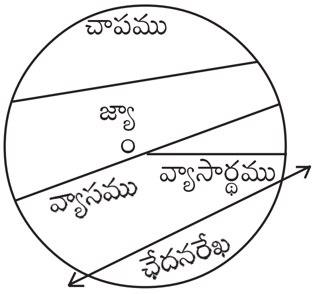
21	C
22	A
23	B
24	C
25	B
26	A
27	D
28	D
29	B
30	C
31	A
32	C
33	D
34	C
35	D
36	C
37	A
38	B
39	B
40	C
41	B
42	B
43	A
44	A
45	B

7. వృత్తములు

)(ఒక తలములోని ఒక స్థిర బిందువు నుండి స్థిరదూరములో గల బిందువుల సమితిని వృత్తము అంటారు.



)(వృత్తములో గల స్థిర బిందువును వృత్త కేంద్రము (o) అంటారు స్థిర దూరమును వ్యాసార్థము (r) అంటారు.



)(వృత్తము ఆది ఉంటే తలాన్ని 3 బిందు సమితులుగా విభజిస్తుంది.

1. వృత్త అంతరము 2. వృత్త బాహ్యము 3. వృత్తముపైన

)(వృత్త కేంద్రము నుండి వృత్తము పై ఏదైనా ఒక బిందువుకు గల దూరమును వ్యాసార్థము (r) అంటారు.

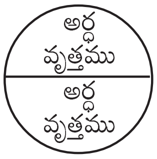
)(వృత్తముపై ఏవైనా రెండు బిందువులగుండా పోవు రేఖను ఛేదన రేఖ అంటారు

)(వృత్తముపై ఏవైనా రెండు బిందువులను కలుపు రేఖా ఖండమును జ్యా అంటారు

)(వృత్త కేంద్రము గుండా పోవు జ్యాను వ్యాసము (d) అంటారు.

)(వృత్తము యొక్క భాగము (వృత్తి పరిధిలో కొంత భాగము)ను చాపము అంటారు.

)(వృత్త వ్యాసము ఆ వృత్త జ్యాలన్నింటిలో మిక్కిలి పెద్దది.



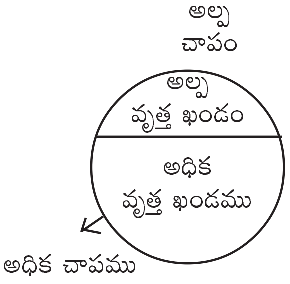
)(వృత్తములో అనంతమైన వ్యాసార్థములు గీయవచ్చు.

GRK

)(వృత్తములో అనంతమైన వ్యాసములు గీయవచ్చు.

)(వృత్త వ్యాసము దాని వ్యాసార్థమునకు రెట్టింపు (లేదా) 2 రెట్లు ఉంటుంది.

)(వృత్త వ్యాసార్థము దాని వ్యాసములో సగము ఉంటుంది.



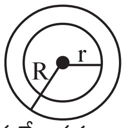
)(d = 2r (లేదా) r = d/2

)(వృత్తములో సగభాగమును అర్ధవృత్తము అంటారు.

)(వృత్త వ్యాసము ఆ వృత్తాన్నిరెండు అర్ధ వృత్తములుగా విభజించును.

)(వృత్త కేంద్రముగుండా పోని ప్రతి జ్యావృత్తమును రెండు వృత్త ఖండములుగా విభజించును.

)(పెద్ద భాగమును అధికవృత్త ఖండము మరియు చిన్న భాగమును అల్ప వృత్త ఖండము అంటారు.



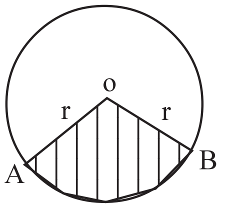
ఏక కేంద్రవృత్తాలు

)(అల్ప వృత్త ఖండము యొక్క చాపము అల్ప చాపము మరియు అధికవృత్త ఖండము యొక్క చాపమును అధికచాపము అంటారు.

)(ఒకే కేంద్రము మరియు వేరువేరు వ్యాసార్థములు కలిగిన రెండు లేక అంతకంటే ఎక్కువ వృత్తాలను ఏక కేంద్రవృత్తాలు అంటారు.

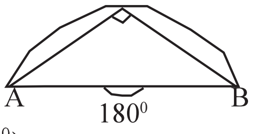
)(ఒక వృత్త చాపము మరియు రెండు వ్యాసార్థములు మధ్య గల ప్రదేశాన్ని సెక్టరు అంటారు.

)(రెండు వృత్తముల వ్యాసార్ధములు సమానము అయితే వాటిని సర్వసమాన వృత్తములు అంటారు.



)(వృత్తములో కేంద్రీయ కోణములు మొత్తము 360^0

)(అర్ధవృత్తములో కేంద్రము వద్ద కోణము 180^0



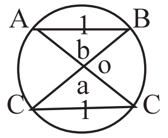
)(అర్ధవృత్తములోని కోణము వద్ద లంబకోణము (90^0)

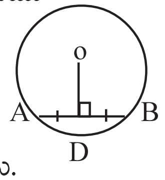
)(సమానజ్యాలు వృత్త కేంద్రము సమానకోణములు ఏర్పరుస్తాయి.

)(రెండు జ్యాలు వృత్త కేంద్రము వద్ద సమాన కోణములు ఏర్పరిస్తే వాటి పొడవు సమానము

AB = CD అయితే $\angle a = \angle b$ మరియు

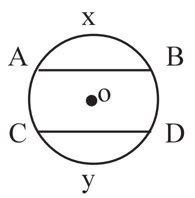
$\angle a = \angle b$ అయితే $\overline{AB}//\overline{CD}$





)(ఒక వృత్త కేంద్రము నుండి జ్యాకు గీచిన లంబము ఆ జ్యాను సమద్విఖండన చేయును.

$OD \perp AB$ మరియు $\overline{AD} = \overline{BD}$

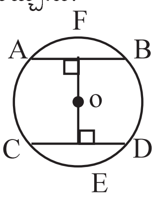


)(ఒక వృత్త కేంద్రము నుండి ఒక జ్యాకు సమద్విఖండన రేఖ గీచిన అది ఆ జ్యాకు లంబముగా ఉంటుంది. $\overline{AD} = \overline{BD}$ అయితే $\overline{OD} \perp \overline{AB}$

)(ఒక తమలో ఇచ్చిన సరేఖీయాలు కాని 3 బిందువులు గుండా ఒక వృత్తాన్ని గీయవచ్చును.

GRK

)(సరేఖీయాలు అయిన 3 బిందువులు గుండా వృత్తన్ని గీయలేము.



)(వృత్త కేంద్రము నుండి సమాన దూరములో గల జ్యాలు సమానము

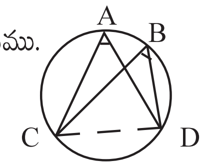
)(సమాన జ్యాలు వృత్త కేంద్రము నుండి సమాన దూరములో ఉంటాయి.

$\overline{OE} = \overline{OF}$ అయితే $\overline{CD} = \overline{AB}$ మరియు

$\overline{AB} = \overline{CD}$ అయితే $\overline{OF} = \overline{OE}$ అగును

)(ఒక వృత్తములో రెండు చాపములు సమానమయితే వాటి అను రూప జ్యాలు కూడా సమానము

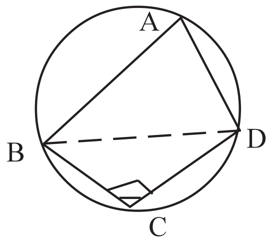
)(ఒక వృత్తములో రెండు జ్యాలు సమానమయితే వాటి అను రూపచాపములు కూడా సమానము.



)(A x B అయితే C y D అయితే AB = CD మరియు

$\overline{AB} = \overline{CD}$ అయితే A x B = C y D

)(ఒకే వృత్త ఖండములోని కోణములు సమానము $\angle A, \angle B$ లు ఒకే వృత్త ఖండములోని కోణములు $\angle A = \angle B$.

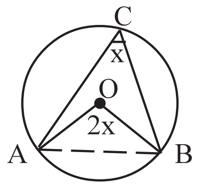


)(అధిక వృత్త ఖండములో అల్ప కోణము మరియు అల్పవృత్త ఖండములో అధిక కోణము ఏర్పడును.

అధిక వృత్త ఖండము BAD లో $\angle A$ అల్ప కోణము మరియు

అల్ప వృత్త ఖండము BCD లో $\angle C$ అధిక కోణము.

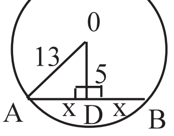
)(ఒక వృత్తములో ఒక జ్యా కేంద్రము వద్ద చేయు కోణము అది మిగిలిన వృత్తము ఏదైనా బిందువు వద్ద చేయు కోణమునకు రెట్టింపు ఉండును. $\angle AOB = 2\angle ACB \Rightarrow \angle ACB = ½\angle AOB$



మాదిరి సమస్యలు

1) 13 సెం.మీ వ్యాసార్థము గల వృత్త కేంద్రము నుండి 5 సెం.మి గల జ్యా పొడవు కనుక్కోండి ?

Sol : $OD \perp AB$ గీయుము $\overline{OA}$ = 13 సెంమీ, $\overline{OD}$ = 5 సెం.మీ



$\overline{OD}, \overline{AB}$, ని సమద్విఖండన చేయును.

AD=BD=x అనుకొనుము

$\triangle$ AOD లో $AO^2 = AD^2 + OD^2$ (పై థాగరస్ సిద్ధాంతం ప్రకారం)

$13^2 = x^2 + 5^2 \rightarrow x^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$

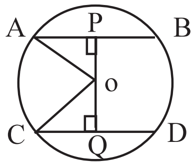
$x = \sqrt{144} = 12$ సెం.మీ...

AB= 12+12 = 24 సెం.మీ జ్యాపొడవు = 24 సెం.మీ

2) ప్రక్క పటములో, O వృత్త కేంద్రము వ్యాసార్థము 5 సెంమీ

$\overline{OP} \perp \overline{AB}, \overline{OQ} \perp \overline{CD}, \overline{AB} / / \overline{CD}, \overline{AB} = 6$ సెంమీ. మరియు CD=8 సెంమీ అయితే PQ పొడవు ఎంత ?

Sol : $\overline{PO} \perp \overline{AB}$ మరియు $\overline{OQ} \perp \overline{CD}$ కాబట్టి



P,Q లు $\overline{AB}, \overline{CD}$ ల మధ్య బిందువులు.

$AP = \frac{6}{2} = 3$ సెంమీ $CD = \frac{8}{2} = 4$ సెంమీ

GRK

$\triangle APO$ మరియు $\triangle CQO$ లో AO=CO=5 (వాసార్థము)

$AO^2 = AP^2 + PO^2$, $CO^2 = CQ^2 + QO^2$

$5^2 = 3^2 + PO^2$, $5^2 = 4^2 + Q0^2$

$PO^2 = 25 - 16$, $QO^2 = 25 - 16$

$= 9$, $= 9$

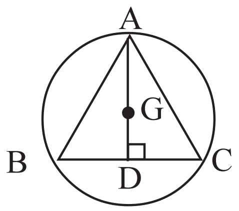
$PO = \sqrt{16} = 4$, $QO = \sqrt{9} = 3$

$= PQ = 4 + 3 = 7$ లో

3) ఒ వృత్తములో ఒక సమబాహు త్రిభుజము అతర్లిఖించబడి ఉన్నది. ఆ త్రిభుజ భుజము 9 సెంమీ. అయితే వృత్త వైశాల్యము ఎంత ?

Sol : మధ్యగతము $\overline{AD}$ ని గీయుము అది ఉన్న ఆ లంబసముద్విఖండన రేఖ కూడా అగును.

$\overline{AG} = \overline{GD} = 2:1$, $\overline{BD} = \overline{CD} = \frac{9}{2}$



ABD లో $AB^2 = BD^2 + AD^2$

$AD^2 = AB^2 - BD^2 = 9^2 - (9/2)^2$

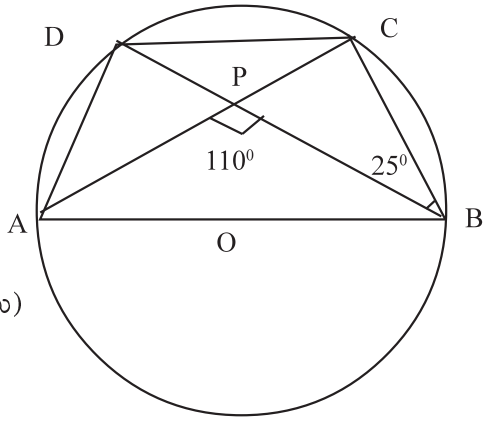
$$= 81 - \frac{81}{4} = \frac{324-81}{4} = \frac{243}{4}$$

$$AD = \sqrt{\frac{243}{4}} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$ సెం.మి

$$AG = \frac{2}{3} \text{ x } AD = \frac{2}{3} \text{ x } \frac{9\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$ సెం.మి

ఆ వృత్త వ్యాసార్ధము $3\sqrt{3}$ సెం.మి

4) O కేంద్రముగా వృత్తములో AB వ్యాసముకాని ఒక జ్యా అయితే $\angle ADB$ విలువ



Sol : $\angle BPC = 110^0 - 180^0$ (సరళకోణము)

$\angle BPC + 180^0 = 110 = 70^0$

ΔBPCలో $\angle BCP + 25 + 70 = 180$

(త్రిభుజాలకోణాల మొత్తం)

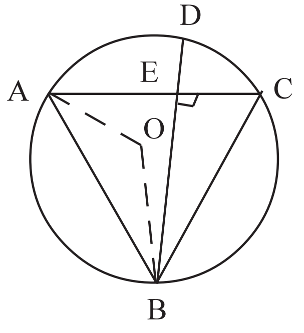
$\angle BCP = 180 - (95) = 85^0$

$\angle ACB = \angle ADB$ (ఒకే వృత్త ఖండంలోని కోణాలు)

$\angle ADB = 85^0 (\therefore \angle ACB = \angle BCP)$

GRK

5) ప్రక్క పటములో వృత్తకేంద్రం. AC మరియు BD లు E వద్ద లంబముగా ఖండించుకొను జ్యాలు $\angle OAB = 25^0$ అయితే $\angle EBC$ విలువ ఎంత ?



Sol : OA = OB (వృత్త వ్యాసార్ధాలు)

$\angle OAB = \angle OBA = 25^0 (\because OA = OB)$

$\angle OAB + \angle OBA + \angle AOB = 180^0$ (త్రిభుజకోణాలు)

$\angle AOB = 180 - (25 + 25) = 180 - 50 = 130^0$

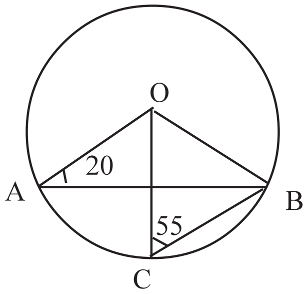
$$\angle ACB + \frac{1}{2}\angle AOB + \frac{1}{2} \text{x} 130^0 = 65^0$$

$x+y=4+4=8$ లో $\angle EBC + 65 + 90 = 180^0$(త్రిభుజకోణాలు)

$\angle EBC = 180^0 - (90 + 65) = 180 - 155 = 25^0$

6) ప్రక్కపటము నుండి $i)\ \angle BOC$ $ii)\ \angle AOC$ కనుగొనుము

Sol : $OA = OB = OC$ (వృత్త వ్యాసార్ధాలు)



$\angle OCB = \angle OBC = 55^0 \left(\because OC = OB\right)$

$\angle BOC + \angle OCB + \angle OBC = 180^0$ (త్రిభుజకోణాలు)

$\angle BOC = 180 - \left(55 + 55\right) = 180 - 110 = 70^0$

$\angle OAB = \angle OBA = 20^0 \left(\therefore OA = OB\right)$

$\angle AOB + \angle OAB + \angle OBA = 180^0$ (త్రిభుజకోణాలు)

$\angle AOB = 180^0 - \left(20 + 20\right) = 180 - 40 = 140^0$

$\angle AOC = 140 - 70 = 70^0 \left(\because \angle AOB - \angle BOC\right)$

7) O కేంద్రముగా వృత్తములో AB, CD లు రెండు సమానజ్యాలు, E వద్ద లంబంగా ఖండించుకొనుచున్నవి. M, N లు AB, CD లు మధ్యబిందువులు అయితే OMEN ఏమగును?

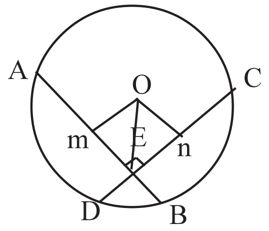
Sol : OM $\perp$ AB మరియు ON $\perp$ CD ($\therefore$ M, N లు AB, CD ల మధ్య బిందువులు, మరియు OM=ON (సమాన జ్యాలు వృత్త కేంద్రము నుండి సమాన దూరంలో ఉంటాయి)

GRK

$\Delta OME,\ \Delta ONE$ లలో $OM = ON$

$\angle OME = \angle ONE = 90^0$

OE = OE (ఉమ్మడి భుజం)



లం.క.భు నియమము ప్రకారము $\Delta OME \cong \Delta ONE$

$\therefore ME = NE\left(CPCT\right)$

OM=ON, ME=NE మరియు $\angle OME = \angle ONE = 90^0$

ఎదుటి భుజాలు సమానము మరియు ఒక కోణము లంబకోణము.

$\therefore OMEN$ ఒక దీర్ఘతురస్రము

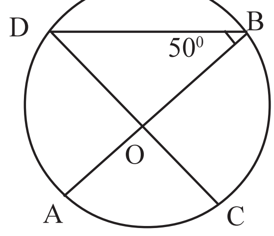
8) O కేంద్రముగా గల వృత్తములో AB, CD లు వ్యాసములు అయిన $\angle AOC$ విలువ కనుగొనుము?

Sol : AD చాపము B వద్ద 50^0 కోనము చేయుచున్నది.

$\angle AOD$ వృత్త కేంద్రము వద్ద గల కోణము

$\therefore \angle AOD = 2\ \angle ABD$

$= 2x50 = 100^0$

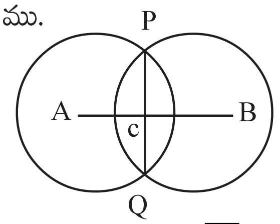


$\angle AOD + \angle AOC = 180^0$ (రేఖీయద్వయం)

$\therefore \angle AOC = 180 - 100 = 80^0$

9) ప్రక్క పటములో A, B లు కేంద్రములుగా గల వృత్త వ్యాసార్ధములు వరుసగా 5 సెం.మి. మరియు 3 సెం.మి. అవి P, Q ల వద్ద ఖండించుకొనుచున్నవి. PQ=4 సెం.మి అయితే AB పొడవు ఎంత?

Sol : AB, PQ యొక్క లంబ సమద్విఖండన రేఖ అగును. AP, BP కలుపుము.



AP=5 సెం.మి. BP=3 సెం.మి (వ్యాసార్ధము), PQ=4 సెం.మి

$PC = CQ = \frac{4}{2} = 2$ సెం.మి

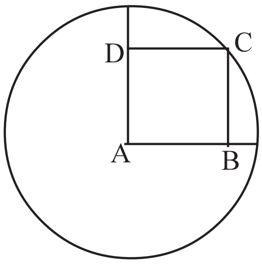
$\triangle PAC$ లో $PA^2 = PC^2 + AC^2 \Rightarrow 5^2 = 2^2 + AC^2 \Rightarrow AC^2 = 25 - 4 = 21 \Rightarrow AC = \sqrt{21}$

$\triangle PBC$ లో $PB^2 = PC^2 + BC^2 \Rightarrow 3^2 = 2^2 + BC^2 \Rightarrow BC^2 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow BC = \sqrt{5}$

$\therefore AB = \left(\sqrt{21} + \sqrt{5}\right)$ సెం.మి

10) A కేంద్రముగా గల వృత్తములో ABCD ఒక చతురస్రము BD = 4 సెం.మి. అయితే ఆ వృత్త వ్యాసార్ధము కనుగొనుము ?

Sol : ABCD చతురస్రము



AC, BD లు దాని కర్ణాలు.

BD = 4 సెం.మి కావున AC = 4 సెం.మి

GRK

కాని AC వృత్త వ్యాసార్ధము

$\therefore$ వ్యాసార్ధము = 4 సెం.మి.

బిట్స్ - సెట్ - 1

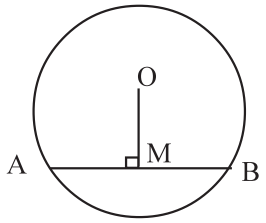
1. రెండు వృత్తాల సర్వ సమానత్వమును నిర్ధారించునది .... ( )

   ఎ. వాటి వ్యాసార్ధాలు బి. వాటి చాపములు సి. వాటి జ్యాలు డి. పైవన్నీ

2. O కేంద్రముగా గల వృత్తములో AB జ్యా, O నుండి AB మధ్య బిందువుకు గీయబడిన రేఖ OM అయిన ...... ( )

   ఎ. AM = BM బి. $\overline{OM} \perp \overline{AB}$ సి. A మరియు B డి. ఏదీకాదు

3. ప్రక్క పటములో వృత్త కేంద్రము O, OM =3 సెం.మి, AB = 8 సెం.మి. అయితే ఆ వృత్త వ్యాసార్ధము



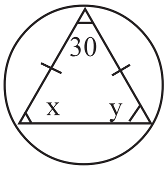
   ఎ. 4 సెం.మి బి. 5 సెం.మి

   సి. 3 సెం.మి డి. 7 సెం.మి

4. O కేంద్రముగా గల వృత్తములో $\overline{OM}, \overline{ON}$ లు వృత్త కేంద్రము నుండి వరుసగా $\overline{PQ}$ మరియు $\overline{RS}$ జ్యాలకు గీచిన లంబము. OM=ON మరియు PQ=6 సెం.మి అయితే $\overline{RS}$ పొడవు.

ఎ. 6 సెం.మి   బి. 3 సెం.మి   సి. 9 సెం.మి   డి. 4.5 సెం.మి

5. ప్రక్క పటము నుండి x మరియు y విలువలు కనుగొనుము ( )



ఎ. $x = y = 75^0$ బి. $x = 75^0, y = 75^0$

సి. $x + y = 150^0$ డి. పైవన్నీ

6. $\overline{AC}, \overline{AD}$ జ్యాలు వృత్త కేంద్రము నుండి సమాన దూరములో ఉంటే ( )

ఎ. AC=AD   బి. AC $\neq$ AD   సి. AC=2AD   డి. AD=2AC

7. రెండు వ్యాసార్ధములు మరియు వృత్త చాపముల మధ్య ఆవరింపబడిన ప్రదేశములను .... అంటారు ( )

ఎ. వృత్తము   బి. సెక్టరు   సి. చాపము   డి. జ్యా

8. ఈ క్రింది వానిలో సత్య వాక్యము ( )

ఎ. అధిక వృత్త ఖండములో కోణము అల్పకోణము

బి. అల్ప వృత్త ఖండములో కోణము అల్పకోణము

సి. అధిక వృత్త ఖండములో కోణము అధిక కోణము

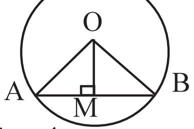
డి. అర్ధ వృత్తములో కోణము సరళ కోణము

GRK

9. "ం" కేంద్రముగా గల వృత్తములో కేంద్రము నుండి $\overline{AB}$ జ్యాకు గల దూరము $\overline{CD}$ జ్యాకు గల దూరము కంటే ఎక్కువ అయిన .... ( )

ఎ. AB=CD   బి. AB>CD   సి. AB<CD   డి. CD<AB

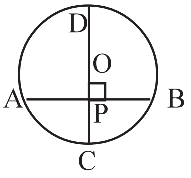
10. ప్రక్క పటములో వృత్త వ్యాసార్ధము 2 సెం.మి, OM = 1సెం.మి అయిన AB=... సెం.మి ( )



ఎ. $\sqrt{3}$ బి. $2\sqrt{3}$

సి. 2   డి. 3

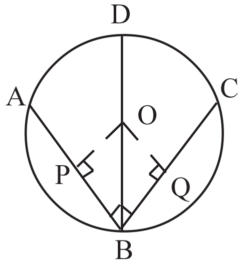
11. 'ం' కేంద్రముగా గల వృత్తములో AB జ్యా, CD వ్యాసము మరియు $CD \perp AB$ అయిన $BP =$



ఎ. CP   బి. AP

సి. OC   డి. OD

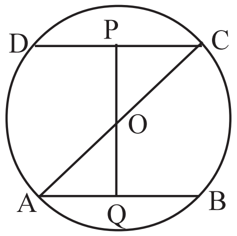
12. 'ం' కేంద్రముగా గల వృత్తములో AB, BC లు జ్యాలు, BC వ్యాసము. BC, $\angle$ABC ని సమద్విఖండన చేసిన AB =



ఎ. BC   బి. BD

సి. BO+DO   డి. 2BC

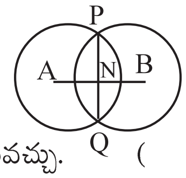
13. ‘o’ కేంద్రముగా గల వృత్తములో AB, CD లు సమాంతర జ్యాలు AC వ్యాసము అయితే AB=



ఎ. CD బి. OA

సి. AC డి. OC

14. A,B కేంద్రములుగా వృత్తములు P, Q ల వద్ద ఖండించుకొనుచున్నవి. AB, PQ లు M వద్ద ఖండించుకొనుచున్నవి అయితే $\angle$PMA=



ఎ. 60^0 బి. 180^0

సి. 45^0 డి. 90^0

15. ఒక తలములో ఇచ్చిన ఒక బిందువు గుండా .... వృత్తములు గీయవచ్చు. ( )

ఎ. 1 బి. గీయలేము సి. అనంతము డి. ౦

16. ఒక చాపము మిగిలిన వృత్తము పై ఏదైనా ఒక బిందువు వద్ద లంబకోణమును ఏర్పరిస్తే అది ఒక............... ( )

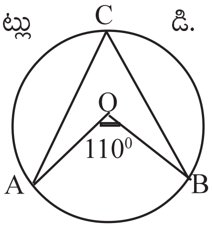
ఎ. వృత్తము బి. అర్ధవృత్తము సి. అధిక వృత్త ఖండము డి. అల్ప వృత్త ఖండము

17. ఒక చాపము వృత్త కేంద్రము వద్ద చేయు కోణము మిలిగిన వృత్తముపై ఒక బిందువు వద్ద చేయు కోణమునకు గల సంబంధము ( )

GRK

ఎ. సమానము బి. 2 రెట్లు సి. 3 రెట్లు డి. 4 రెట్లు

18. ప్రక్క పటములో $\angle ACB =$ ( )

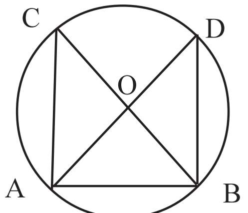


ఎ. 55^0 బి. 110^0

సి. 220^0 డి. 70^0

19. ప్రక్క పటములో ‘o’ కేంద్రముగా గల వృత్తములో

$\angle ACB = 60^0$



ఎ. 30^0 బి. 120^0

సి. 90^0 డి. 60^0

20. ఒక అర్థ వృత్తములో అంతర్లిఖించబడిన త్రిభుజములో అతి చిన్న కోణము 40^0 అయితే మిగిలిన కోణములు............... ( )

ఎ. 100^0, 40^0 బి. 60^0, 80^0 సి. 90^0, 50^0 డి. 120^0, 20^0

బిట్స్ - సెట్ - 2

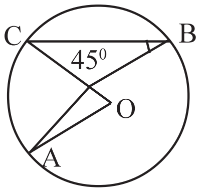
1. ఒక వృత్తములో $AxB = AyB = 180^0$ మరియు A x B పొడవు = 44 సెం.మి అయితే AB పొడవు .... సెం.మి ( )

ఎ. 14 బి. 28 సి. 21 డి. 7

2. ఒకే వృత్త ఖండములోని రెండు కోణాలు $2x+10$ మరియు $x+45$ అయిన x విలువ ( )

ఎ. 55/2 బి. 35/2 సి. 35 డి. 55

3. ప్రక్క పటములో $\angle ABC = 45^0$ అయిన $\angle AOC =$ ( )

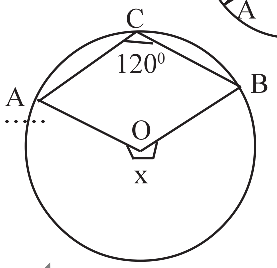


ఎ. 90^0 బి. 135^0

సి. 80^0 డి. 55^0

4. ప్రక్క పటములో 'ం' వృత్త కేంద్రము.

$\angle ACB = 120^0$ అయిన x విలువ ....

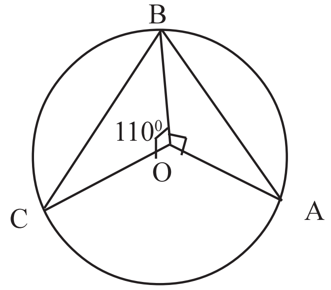


ఎ. 120^0 బి. 60^0

సి. 240^0 డి. 30^0

5. ప్రక్క పటములో వృత్త కేంద్రము 0.

$\angle AOB = 90^0$ $\angle BOC = 110^0$ అయిన $\angle ABC =$ .....



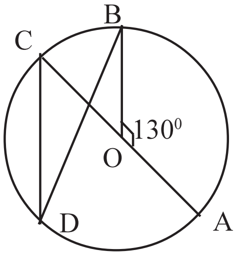
GRK

ఎ. 160^0 బి. 80^0

సి. 180^0 డి. 45^0

6. O కేంద్రముగా గల వృత్తములో $\overline{AC}$ వ్యాసము

$\angle AOB = 130^0$ అయిన $\angle BDC =$........

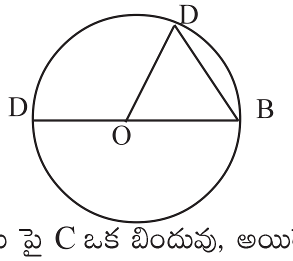


ఎ. 50^0 బి. 55^0

సి. 65^0 డి. 25^0

7. O కేంద్రముగా గల వృత్తములో

OC = BC అయితే $\angle BOC =$



ఎ. 120^0 బి. 240^0

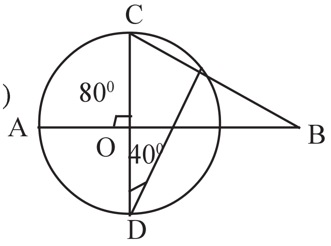
సి. 180^0 డి. 60^0

8. ఒక వృత్త వ్యాసము AOB, ఆ వృత్తము పై C ఒక బిందువు, అయితే ( )

ఎ. $AB^2 + BC^2 = AC^2$ బి. $AB^2 + AC^2 = BC^2$

సి. $AC^2 + BC^2 = AB^2$ డి. పైవన్నీ

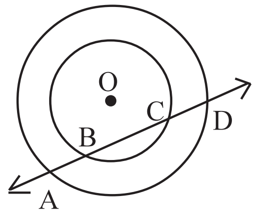
9. ప్రక్క పటములో A,B,C,D లు వృత్తకేంద్రము O గుండా పోవు రేఖలు $\angle ABC$ విలువ.. ( )



ఎ. 60^0 బి. 30^0

సి. 80^0 డి. 50^0

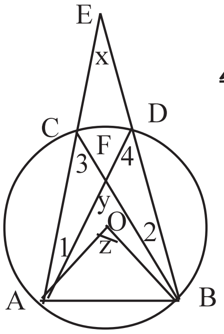
10. O కేంద్రమునా గల రెండు ఏక కేంద్ర వృత్తములను ఒక రేఖ A,B,C మరియు D ల వద్ద ఖండిచుచున్నది. అయితే



ఎ. AC=BD బి. A+B=C+D

సి. BC=AD డి. AB=CD

11. ప్రక్క పటములో O వృత్త కేంద్రము అయితే x, y, z ల మధ్య సంబంధము



ఎ. x+y=z బి. x-y=z

సి. x=y+z డి. x+y=3z

12. రేష్మా, సల్మా మరియు మణిదీప్‌లు ఒక పార్కులో 5 సెంమీ. వ్యాసార్ధముగల వృత్తాకారము పై నిలబడి బంతి ఆట ఆడుచున్నారు. రేష్మా, సల్మాకు బంతి విసిరినది. సల్మా మణిదీప్‌కు విసిరినది అదే విధముగా మణిదీప్ మరలా సల్మాకు బంతి విసిరెను. వారిలో రేష్మా మరియు సల్మాల మధ్య దూరము మరియు సల్మా మరియు మణిదీప్‌ల మధ్య దూరము 6 మీ. అయితే రేష్మా మరియు మణిదీప్‌ల మధ్య దూరము ఎంత ? ( )

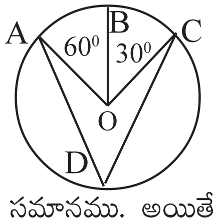
GRK

ఎ. 6 మీ బి. 5 మీ సి. 9.6 మీ డి. 6.9 మీ

13. ఒక కాలనీలో 20 మీ. వ్యాసార్ధము గల వృత్తాకార పార్కు కలదు. దాని పరిధిపై రామ్, రాబర్ట్, రహీం అను ముగ్గురు మిత్రులు సమాన దూరములో కూర్చొని ఒక బొమ్మ ఫోన్‌తో మాట్లాడుకొనుచున్నారు. అయితే ప్రతి ఇద్దరి మధ్య గల ఫోను యొక్క దారము పొడవు ఎంత? ( )

ఎ. $20\sqrt{3}$ మీ బి. $10\sqrt{3}$ మీ సి. $40\sqrt{3}$ మీ డి. 20 మీ

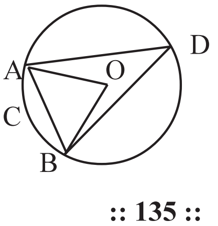
14. ఇచ్చిన పటములో O కేంద్రముగా గల వృత్తము పై A,B,C లు 3 బిందువులు $\angle BOC = 30^0$ మరియు $\angle BOA = 60^0$ $\overset{\frown}{ABC}$ చాపమునకు మిగిలిన వృత్తము పై D ఒక బిందవు అయిన $\angle ADC =$ ....



ఎ. 90^0 బి. 60^0

సి. 45^0 డి. 30^0

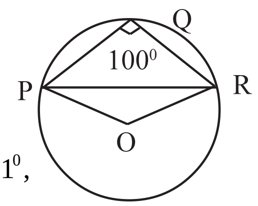
15. ఇచ్చిన వృత్తములో $\overline{AB}$ జ్యా పొడవు వృత్త వ్యాసార్ధమునకు సమానము. అయితే జ్యా అధిక వృత్త ఖండము మరియు అల్ప వృత్త ఖండములో ఏర్పరచు కోణాలు వరుసగా



ఎ. $150^0, 30^0$ బి. $30^0, 150^0$

సి. $60^0, 30^0$ డి. $30^0, 60^0$

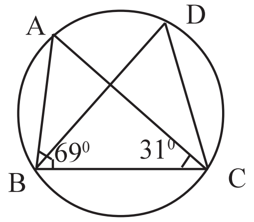
16. ఈ పటములో $\angle PQR = 100^0$, P,Q,R లు "O"కేంద్రముగా గల వృత్తము పై 3 బిందువులు అయితే $\angle OPR = ...$ ( )



ఎ. 10^0 బి. 20^0

సి. 100^0 డి. 40^0

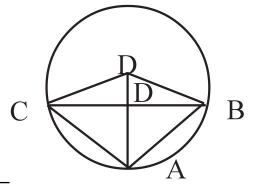
17. ఇచ్చిన పటములో $\angle ABC = 69^0, \angle ACB = 31^0$, అయితే $\angle BDC$ విలువ ....



ఎ. 69^0 బి. 31^0

సి. 100^0 డి. 80^0

18. కేంద్రముగా గల వృత్తములలో జ్యాలు AB=AC= 6 సెంమీ. వృత్త వ్యాసార్ధము 5 సెంమీ అయిన BC పొడవు............. ( )

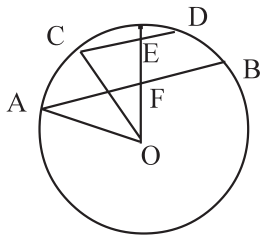


ఎ. 9.6 సెం.మీ బి. 4.8 సెం.మీ

సి. 19.2 సెం.మీ డి. 8 సెం.మీ

19. ప్రక్క పటములో $\overline{OE} \perp \overline{CD}$, $\overline{OF} \perp \overline{AB}, \overline{AB} // \overline{CD}$

AB=48 సెం.మీ CD=20 సెం.మీ వృత్త వ్యాసార్ధము 26 సెం.మీ అయితే EK పొడవు

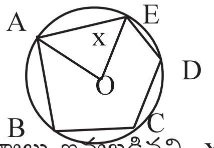


ఎ. 6 సెం.మీ బి. 8 సెం.మీ

సి. 14 సెం.మీ డి. 16 సెం.మీ

GRK

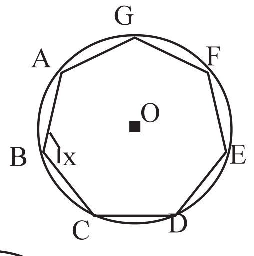
20. O కేంద్రముగా గల వృత్తములలో ఒక క్రమపంచ భుజి అంతర్గిఖించబడి ఉన్నది. అయితే x విలువ



ఎ. 36^0 బి. 54^0

సి. 72^0 డి. 108^0

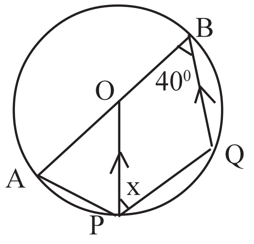
21. O కేంద్రముగా గల వృత్తములో 7 సమాన జ్యాలు ఇవ్వబడినవి. x విలువ ( )



ఎ. $128\frac{4^0}{7}$ బి. $180\frac{6^0}{7}$

సి. $128\frac{1^0}{7}$ డి. $360\frac{4^0}{7}$

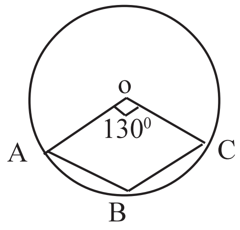
22. O కేంద్రముగా గల వృత్తములో $\overline{AB}$ వ్యాసము $\overline{OP} // \overline{BQ}$ $\angle ABQ = 40^0$ అయితే x విలువ



ఎ. 60^0 బి. 70^0

సి. 80^0 డి. ఏదికాదు

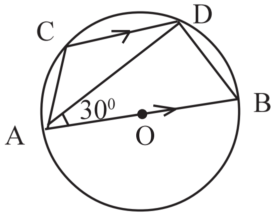
23. ఇచ్చిన O కేంద్రముగా గల వృత్తములో $\angle AOC = 130^0$ అయితే $\angle ABC$ విలువ(   )



ఎ. 50^0 బి. 65^0

సి. 115^0 డి. 130^0

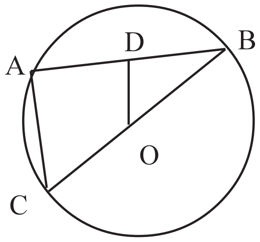
24. ఇచ్చిన పటములో $\overline{AOB}$ వృత్త వ్యాసము $\overline{AB}//\overline{CD}$ మరియు $\angle BAD = 30^0$ అయితే $\angle CAD = ...$



ఎ. 30^0 బి. 60^0

సి. 45^0 డి. 50^0

25. O కేంద్రముగా గల వృత్తములో $\overline{AB}$ జ్యా, $\overline{BC}$ వ్యాసము, $\overline{OD} \perp \overline{AB}$, OD=6 సెం.మీ అయితే K విలువ



ఎ. 3 బి. 4

సి. 5 డి. 6

GRK

వృత్తములు

KEY

level -1

1	A
2	C
3	B
4	A
5	D
6	A
7	B
8	A
9	C
10	B
11	B
12	A
13	A
14	D
15	C
16	B
17	B
18	A
19	D
20	C

level -2

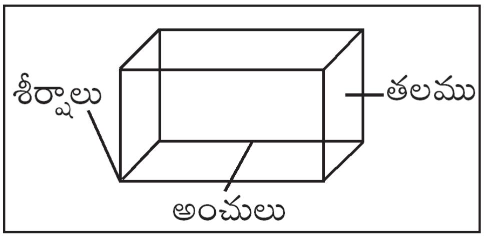
1	B
2	C
3	A
4	C
5	B
6	C
7	D
8	C
9	B
10	D
11	A
12	C
13	A
14	C
15	B
16	A
17	D
18	A
19	C
20	B
21	A
22	B
23	C
24	A
25	B

GRK

8. త్రిమితీయ - ద్విమితీయ ఆకారాల అవగాహన

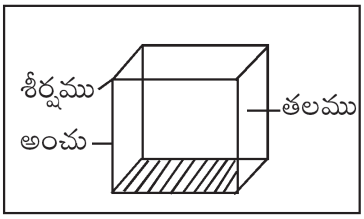
త్రిమితీయ ఆకారాలు (3-D) : పొడవు, వెడల్పు మరియు ఎత్తు లేదా లోతు కలిగి ఉండు ఆకారాలను త్రిమితీయ లేదా త్రీడి ఆకారాలు అంటాం. ఉదా।। అగ్గిపెట్టె, బంతి, కొయ్యదూలం, పాచికలు, టోపి మొ।।గునవి.

☞ ద్విమితీయ 2-D ఆకారాలు అనగా పొడవు, వెడల్పు మాత్రమే కలిగి ఉండేవి. అనగా త్రిభుజాలు, చతురస్రాలు, దీర్ఘచతరుస్రాలు మొ।।నవి.



దీర్ఘఘనం : భూమి, పై భాగం దీర్ఘాచతురస్రాలుగా గల త్రిమితీయ ఆకారాన్ని దీర్ఘఘనం అంటారు. ఉదా।। అగ్గిపెట్టె, ఇటుక, ట్రంకుపెట్టె మొ।।నవి.

☞ దీనికి 6 తలాలు, 12 అంచులు, 8 శీర్షాలు ఉండును.

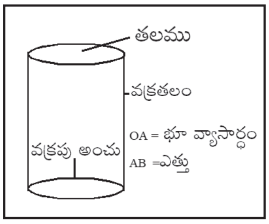


ఘనం : పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తు ఒకే కొలత గల దీర్ఘఘనాన్ని ఘనము లేదా సమఘనం అంటాము.

☞ దీనికి 6 తలములు, 8 శీర్షాలు మరియు 12 అంచులు ఉండును.

GRK

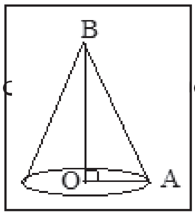
ఉదా।। పాచిక



స్థూపము : భూమిపై భాగములు వృత్తాకారంలో ఉంటూ ప్రక్క తలాలు వక్రతలాలుగా ఉన్న త్రిమితీయ ఆకారాన్ని స్థూపము అంటాము.

☞ స్థూపము నిలువు మధ్యచ్ఛేదం దీర్ఘచతురస్రం అగును.

ఉదా।। పైపు ముక్క, కొయ్యదూలం, కొవ్వొత్తి, ట్యూబ్‌లైట్ మొ।।నవి



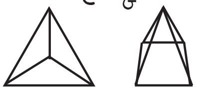
శంఖువు : భూమి వృత్తాకారంగాను, పైభాగం శీర్షంగాను, ప్రక్కతల వక్రతల య పటం.

ఉదా।। ఇసుక కుప్ప, క్యారట్, బఫూన్ క్యాప్, ఐక్రీం కప్పు

పటంలో OA= భూ వ్యాసార్ధం, OB= ఎత్తు, AB= ఏటవాలు ఎత్తు.

గోళము : అంతరాళంలో ఒక స్థిర బిందువు నుండి స్థిర దూరంలో గల బిందువల సముదాయం గోళం సమూహం, స్థిర బిందువుని గోళకేంద్రం, స్థిర దూరాన్ని గోళ వ్యాసార్ధం అంటాము. ఉదా।। బంతి, నిమ్మకాయ, లడ్డూలు, గోళీలు మొ।।నవి.

పిరమిడ్ : భూమి బహుభుజి అయి ప్రక్కతలాలు త్రిభుజాలు అయి పైభాగం శీర్షం అయితే దానిని



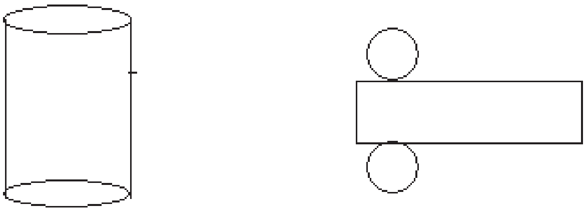
పిరమిడ్ అంటాం, పిరమిడ్ పేరు భూమి ఆకారాన్ని బట్టి ఉండును.

త్రిమితీయ ఆకారాల వల రూపాలు :-

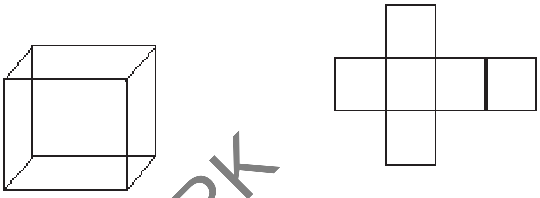
త్రిమితీయ ఆకారాలను, విప్పగా కాగితం వంటి ద్విమితీయ తలాల రూపంలో చూపడాన్నే "వల రూపం" అంటాము.

<u>త్రిమితీయ ఆకార</u>

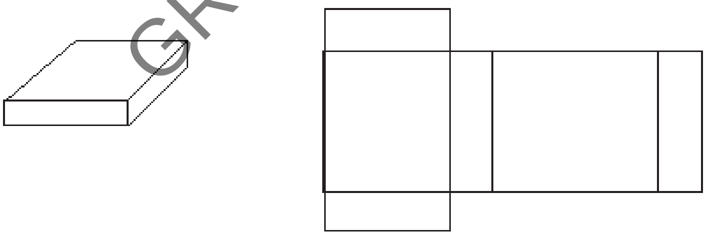
పిరమిడ్



స్థూపం



ఘనం



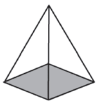
GRK

తుల్య రేఖాచిత్రాలు :-

ఇచ్చిన కొలతలలో ఘనాకారాలను గీయడానికి తుల్యబిందు కాగితాలు వాడతాం.

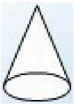
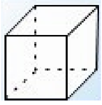
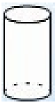
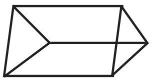
పాచిక (డైస్) : ఒక డైస్‌లో వ్యతిరేక ముఖాలపై ఉన్న అంకెల మొత్తం – 7.

ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సరైన సమాధానం బ్రాకెట్లో వ్రాయండి.

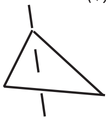
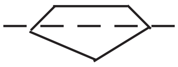
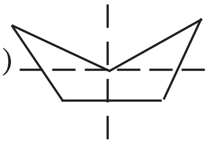
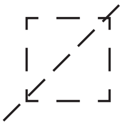
1. క్రింది పటంలో అంచుల సంఖ్య  ( )

ఎ) 12 బి) 8 సి) 6 డి) 4

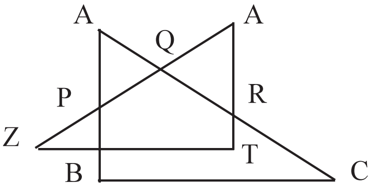
2. క్రింది పటాల్లో 6 ముఖాలు కలిగిన పటం ( )

ఎ)  బి)  సి)  డి) 

3. క్రింది పటాల్లో గీతల ద్వారా రెండు సమభాగాలుగా విభజించబడ్డ పటం ( )

ఎ)  బి)  సి)  డి) 

4. క్రింది పటంలో త్రిభుజాల సంఖ్య ( )

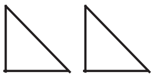
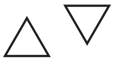


ఎ) 3 బి) 5

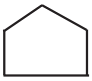
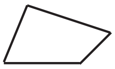
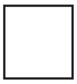
సి) 6 డి) 7

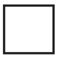
5. క్రింది పటాల అంచులను కలుపుట ద్వారా దీర్ఘచతురస్రం ఏర్పరచు పటాలు ఏవి( )

GRK

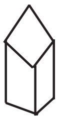
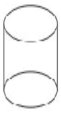
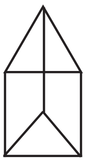
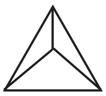
ఎ) బి) సి)  డి) 

6. క్రింది వానిలో విభిన్నంగా ఉన్నది. ఏది ? ( )

ఎ)  బి)  సి) డి) 

7. ఒక్క ప్రక్కనుండి చూసినపుడు  ఆకారం పై నుండి చూసినపుడు ( )

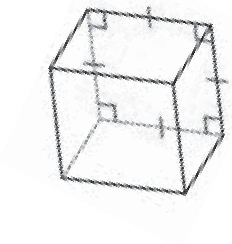
ఆకారంగల పటం క్రింది వాటిలో ఏది?

ఎ)  బి)  సి)  డి) 

8. ఒక లంబకోణ త్రిభుజాన్ని దాని ఎత్తు ఆధారంగా భ్రమణం చేయగా వచ్చు 3డి ఆకారం ( )

ఎ) గోళం బి) స్థూపం సి) శంఖువు డి) దీర్ఘఘనం

9. ప్రక్క ఘనం యొక్క అంచుల పొడవుల మొత్తం



ఎ) 24సెం.మీ బి) 30 సెం.మీ

సి) 32 సెం.మీ డి) 30 సెం.మీ

10. క్రింది వాక్యాల్లో సరైన దానిని గుర్తించుము. ( )

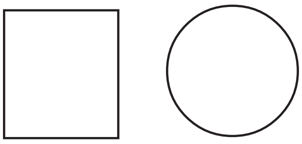
ఎ) శంఖువుకు 2 శీర్షాలు బి) ఘనానికి 8 శీర్షాలు

సి) స్థూపానికి 1 శీర్షం డి) దీర్ఘఘనానికి 10 ముఖాలు

11. ఒక ఘనవస్తువు పై చిత్రం, ప్రక్క చిత్రం ఇచ్చిన ఆకారం పేరు ( )

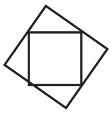
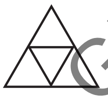
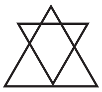
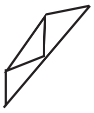
ఎ) స్థూపము బి) శంఖువు

సి) పట్టకం డి) పిరమిడ్

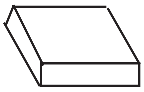
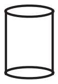
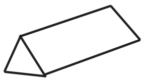


12. ఇచ్చిన 3డి ఆకారం యొక్క వలరూపం ఏది ? ( )

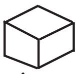
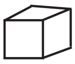
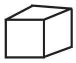
GRK

ఎ)  బి)  సి)  డి) 

13. 3 దీర్ఘచతురస్రాలు, 2 త్రిభుజాలు గల ఘనవస్తువు గుర్తించుము( )

ఎ)  బి)  సి)  డి)

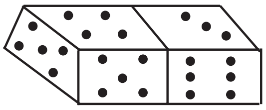
14 క్రింది వానిలో 4సెం.మీ అంచు పొడవు గల ఘనం ఏది ? ( )

ఎ)  బి) సి)  డి) 

15. క్రింది పటంలో 4+3కి రెండోవైపు ఉండు అంకెల మొత్తం ( )

ఎ) 3 బి) 5

సి) 12 డి) 7



16. పటంలో డైస్ పై 5కి రెండోవైపు ఉండు సంఖ్య ఎంత ( )

ఎ) 1 బి) 2 సి) 3 డి) 6

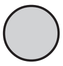
17. ఒక డైస్‌కు అడ్డంగా ఉండు మధ్యచ్ఛేదం ఏకారం ( )

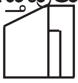
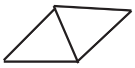
ఎ) త్రిభుజాలు బి) దీర్ఘచతురస్రం సి) చతురస్రం డి) ఘనం

18. ఒక 3డి ఆకారం నీడ ఇవ్వబడినది. అది ఏ వస్తువు? చెందినది ( )

ఎ) డైస్ (పాచిక) బి) బంతి

సి) పైప్ డి) శంకువు

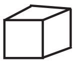
19. క్రింది కన్పించు నీడ ఏ వస్తువుకు సంబంధించినదో తెల్పండి  ( )

ఎ) బి)  సి) డి) 

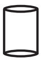
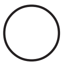
20. ఒక ఘనవస్తువు ముఖచిత్రం ఇవ్వబడింది ఇది దేనికి చెందినది ( )

ఎ) డైస్ బి) అగ్గిపెట్టె సి) పిరమిడ్ డి) బంతి

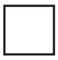
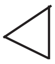
21. ఒక వస్తువు ముందువైపు, పై వైపు మరియు ప్రక్క భాగాలు ఇవ్వబడినవి అయిన అది ఏ ఆకారం. ( )

ఎ)  బి) సి) డి)

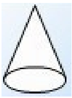
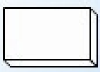
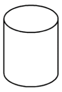
22. క్రింది పటం యొక్క ముఖ చిత్రం తెల్పండి. ( )

ఎ)  బి) సి) డి) 

23. కేవలం ఒక సమతలం గల త్రిమితీయ పటం గుర్తించుము ( )

ఎ) బి) సి)  డి) 

24. 2 సమతల తలాలు గల పటం క్రింది వానిలో గుర్తించుము. ( )

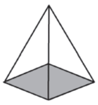
ఎ)  బి)  సి)  డి)

25. ప్రక్కపటం యొక్క సమతల తలాల సంఖ్య ( )

GRK

ఎ) 4 బి) 3

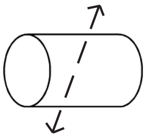
సి) 5 డి) 2

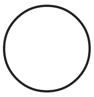
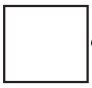
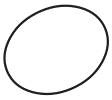


26. ఇచ్చిన ఘనం యొక్క శీర్షాల సంఖ్య ( )

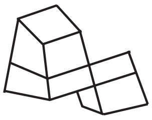
ఎ) 8 బి) 6

సి) 12 డి) 10

27. పటంలో గీతల రేఖ చూపిన చోట మధ్యచ్ఛేదం ఆకారం ఏది ?  ( )

ఎ)  బి)  % సి)  డి)

28. పటంలో మొత్తం ఎన్ని చతుర్ముఖులు కలవు ( )



ఎ) 16 బి) 9

సి) 18 డి) 12

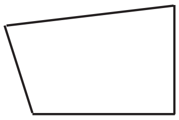
29. క్రింది చిత్రాలను చూపు ఘనవస్తువు పేరు ఏది ? ( )

ఎ) ఘనము బి) దీర్ఘఘనం

సి) శంఖువు డి) గోళం

ప్రక్క చిత్రం పై చిత్రం ముందు చిత్రం

1. ఇచ్చిన ఆకారం యొక్క పేరు చెప్పండి. ( )



ఎ) దీర్ఘచతురస్రం బి) చతురస్రం

సి) చతుర్భుజం డి) సమాంతర చతుర్భుజం

2. క్రింది వాటిలో ఘనం, దీర్ఘఘనాల భేదం తెల్పునది? ( )

ఎ) ఘనం, దీర్ఘఘనంకి మధ్య భేదం లేదు.

బి) ఘనంకి పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తులు సమానం దీర్ఘఘనంలో వేరు వేరు.

సి) ఘనంలో పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తు వేరు వేరుగా దీర్ఘఘనంలో సమానం.

డి) ఎ మరియు సి

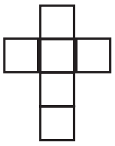
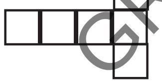
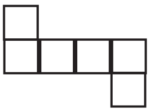
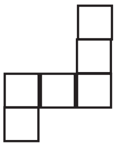
3. క్రింది ఘన వస్తువుల్లో ఎక్కువ శీర్షాలు కల్గినది ఏది. ( )

ఎ) శంఖువు బి) స్థూపం సి) దీర్ఘఘనం డి) పిరమిడ్

4. 3 సెం.మీ., 3 సెం.మీ., 3 సెం.మీ కొలతలు గల ఘనాలు ప్రక్క ప్రక్కన చేర్చగా వచ్చు కొలతలు ( )

ఎ) 6×6×6 బి) 12×12×12 సి) 9×6×3 డి) 9×3×3

5. క్రింది వానిలో ఘనం యొక్క 'వల' రూపం కానిది ఏది ? ( )

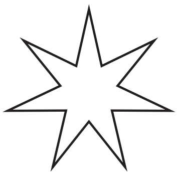
ఎ)  బి)  సి)  డి) 

GRK

6. 5సెం.మీ, 5 సెం.మీ., 10 సెం.మీ కొలతలు గల ఇటుకను ఒక శీర్షం వద్ద మధ్యచ్ఛేదం చేయగా ఏర్పడు పటం. ( )

ఎ) దీర్ఘఘనం బి) స్థూపం సి) ఘనం డి) త్రిభుజం

7. క్రింది పటంలో మూలాల సంఖ్య ఎంత ? ( )



ఎ) 6 బి) 10

సి) 14 డి) 13

8. క్రింది వానిలో సరైన వాక్యం ఏది ? ( )

ఎ) త్రిభుజం 3 భుజాలు, 4 శీర్షాలు కలిగి ఉండును.

బి) స్థూపం 3 తలాలు కలిగి ఉండును.

సి) దీర్ఘచతురస్రం అన్ని భుజాలు సమానం.

డి) దీర్ఘఘనం 4 ముఖాలు, 12 అంచులు కల్గి ఉండును.

9. రాకేష్ 10 రూపాయి నాణేలను ఒకదానిపై ఒకటి ఉంచిన ఏర్పడు ఆకారం ( )

ఎ) వృత్తము బి) స్థూపము సి) ఘనం డి) శంఖము

10. క్రింది వానిలో సరికాని దానిని ఎంపిక చేయండి. ( )

ఎ) దీర్ఘఘనం 3 జతల వ్యతిరేక ముఖాలు కల్గి ఉండును.

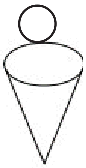
బి) ఘనం శీర్షాల సంఖ్య 6

సి) చతురస్రం అన్ని భుజాలు సమానం

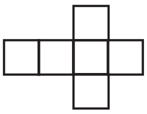
డి) దీర్ఘఘనం అనునది త్రిమితీయ పటం

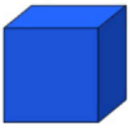
11. క్రింది వానిని జతపరచుము. ( )

1)

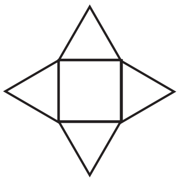
a) 

2)

b) 

3) 

GRK

c) 

4)

d)

ఎ) $i-a, ii-b, iii-c, iv-d$ బి) $i-d, ii-a, iii-b, iv-c$

సి) $i-c, ii-b, iii-a, iv-d$ డి) $i-d, ii-a, iii-c, iv-b$

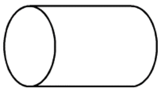
12. 6 తలములు 12 అంచులు గల త్రిమితీయ పటంలో శీర్షాలు సంఖ్య ( )

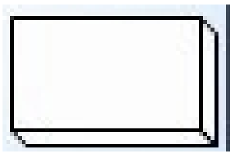
ఎ) 8 బి) 10 సి) 12 డి) 18

13. శీర్షాలు (V), అంచులు (E) మరియు తలాలకు (F) యూలర్ ఫార్ములా ( )

ఎ) $F+V-E=2$ బి) $F+V=E-2$ సి) $F-V=E-2$ డి) $F-V+E=2$

14. క్రింది వానిలో ఎడమవైపు పటం ఏది ? ( )





ఎ) స్థూపం బి) శంఖువు సి) గోళము డి) దీర్ఘఘనం

15. 2సెం.మీ × 2 సెం.మీ × 2 సెం.మీ కొలతలు గల రెండు ఘనాలు ప్రక్క ప్రక్కన అతికించబడిన ఫలిత దీర్ఘఘనం పొడవు ( )

ఎ) 2 సెం.మీ బి) 3 సెం.మీ సి) 4 సెం.మీ డి) 6 సెం.మీ

16. దీర్ఘఘనం అనునది క్రింది వానిలో ఏది ( )

ఎ) ద్విమితీయం బి) త్రిమితీయం సి) రెండు డి) ఏదీకాదు

17. క్రింది వానిలో త్రిమితీయ ఆకారం ఏది ? ( )

ఎ) దీర్ఘచతురస్రం బి) వృత్తము సి) ఘనము డి) చతురస్రం

18. ఒక గోళములో తలముల సంఖ్య ( )

ఎ) 1 బి) 6 సి) 2 డి) 3

19. శంఖువులోని శీర్షముల సంఖ్య ( )

ఎ) 1 బి) 6 సి) 2 డి) 3

20. త్రిభుజాకార పట్టకంలో తలముల సంఖ్య ( )

ఎ) 4 బి) 5 సి) 6 డి) 7

21. చతురస్రాకార పిరమిడ్‌లో తలముల సంఖ్య ( )

ఎ) 4 బి) 5 సి) 6 డి) 3

GRK

22. పాచికలు ప్రక్క ప్రక్కగా 2+1 పడేటట్లు ఉంటే వ్యతిరేక దిశలో ఉండు అంకెల మొత్తం ( )

ఎ) 3 బి) 7 సి) 11 డి) 6

23. రెండు పాచికలు 6+2 పడేటట్లు ఉంటే రెండోవైపు అంకెల మొత్తం ( )

ఎ) 3 బి) 7 సి) 11 డి) 6

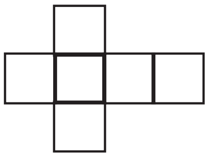
24. ఒక యాపిల్ యొక్క అడ్డు మధ్యచ్ఛేధం ( )

ఎ) దీర్ఘచతురస్రం బి) చతురస్రం సి) వృత్తం డి) త్రిభుజం

25. స్థూపాకార పైపు నిలువు మధ్యచ్ఛేధం ( )

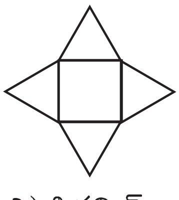
ఎ) దీర్ఘచతురస్రం బి) చతురస్రం సి) వృత్తము డి) త్రిభుజం

26. క్రిందపటం చూపించు వల చిత్రం పేరు ( )



ఎ) పిరమిడ్ బి) శంఖువు

సి) ఘనం డి) దీర్ఘఘనం

27.  ప్రక్కపటం యొక్క వలరూపము ( )

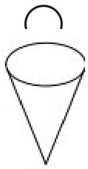
ఎ) పిరమిడ్ బి) శంఖువు సి) ఘనం డి) దీర్ఘఘనం

28. ప్రక్కపటం చూపించు వల చిత్రం పేరు ( )

ఎ) స్థూపము బి) శంఖువు

సి) గోళము డి) దీర్ఘఘనం

29. ఈ పటం చూపించు వల చిత్రం పేరు ( )



ఎ) స్థూపము బి) శంఖువు

సి) గోళము డి) దీర్ఘఘనం

30. రెండు పాచికలు ప్రక్క ప్రక్కన 5+6 వచ్చునట్లు ఉన్నవి. అయిన రెండోవైపు ఉన్న అంకెల మొత్తం ( )

ఎ) 3 బి) 7 సి) 11 డి) 6

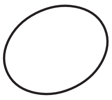
31. ఒక పాచిక యొక్క మధ్యచ్ఛేధం ఏ ఆకారంలో ఉండును. ( )

ఎ) దీర్ఘచతురస్రం బి) చతురస్రం సి) వృత్తము డి) త్రిభుజం

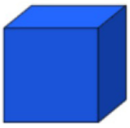
32. క్రింది వాటిని జతపరచుము. ( )

1 a) దీర్ఘఘనం

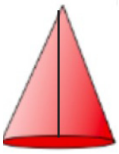
GRK

2.  b) స్థూపము

3. c) ఘనం

4.  d) గోళము

5. e) పిరమిడ్

6.  f) శంఖువు

ఎ) $1-d, 2-a, 3-c, 4-b, 5-e, 6-f$ బి) $1-b, 2-a, 3-f, 4-e, 5-c, 6-d$

సి) $1-b, 2-d, 3-a, 4-c, 5-f, 6-e$ డి) $1-a, 2-b, 3-c, 4-d, 5-e, 6-f$

త్రిమితీయ – ద్విమితీయ ఆకారాల అవగాహన

KEY

LEVEL - 1

1	B
2	B
3	D
4	B
5	C
6	A
7	C
8	C
9	A
10	B
11	A
12	B
13	C
14	C
15	D
16	B
17	C
18	A
19	A
20	C
21	A
22	D
23	A
24	B
25	C
26	A
27	C
28	C
29	B

LEVEL - 2

1	C
2	B
3	C
4	D
5	D
6	D
7	C
8	B
9	B
10	B
11	B
12	A
13	A
14	A
15	C
16	B
17	C
18	A
19	A
20	A
21	B
22	C
23	D
24	C
25	A
26	C
27	A
28	A
29	B
30	A
31	B
32	C

GRK

9. క్షేత్రమితి

పరిచయం :

→ జ్యామితి పటాల పొడవులు, వైశాల్యాలు ఘన పరిమాణాలకు చెందిన గణితశాఖ క్షేత్రమితి.

→ క్షేత్రమితి నందు ద్విమితీయ పటాలకు చెందిన చుట్టుకొలత, వైశాల్యములు కనుగొనటం మరియు త్రిమితీయ పటాలకు చెందిన వైశాల్యాలు, ఘన పరిమాణాల గణనలు చేయుదుము.

ద్విమితీయ పటాలు :

పొడవు, వెడల్పు వంటి రెండు కొలతలు మాత్రమే కలిగి ఎటువంటి మందము లేని పటాలు

ఉదా : దీర్ఘచతురస్రం, చతురస్రం, వృత్తం, త్రిభుజం...

త్రిమితీయ పటాలు :

పొడవు, వెడల్పుతో పాటుగా మందము లేదా ఎత్తు కలిగి వున్న పటాలు

ఉదా : దీర్ఘఘనం, ఘనం, గోళం

ద్విమితీయ పటాల చుట్టుకొలతలు వైశాల్యాలు

ఎ. ద్విమితీయ పటాల చుట్టు కొలతలు :

చుట్టు కొలత : ఒక సంవృత పటములో దాని సరిహద్దు యొక్క మొత్తం పొడవును దాని చుట్టుకొలత అంటాము.

ఉదా : ఒక త్రిభుజమునకు దాని 3 భుజాలు సరిహద్దులు కావున 3 భుజాల పొడవులు మొత్తం దాని చుట్టు కొలత.

GRK

1. త్రిభుజము చుట్టుకొలత :

$P=3$ భుజాల పొడవుల మొత్తం

2. దీర్ఘచతురస్రం చుట్టుకొలత :

$P=2\ell+2b$ $\rightarrow l=$ పొడవు

$=2(\ell+b)$ $\rightarrow b=$ వెడల్పు

3. చతురస్రం చుట్టుకొలత :

$P=S+S+S+S=4S \rightarrow$ ($S=$ చతురస్రం భుజంకొలత)

4. చతుర్భుజం చుట్టుకొలత :

$P=4$ భుజాల పొడవుల మొత్తం

5. పంచభుజి చుట్టుకొలత :

$P=5$ భుజాల పొడవుల మొత్తం

6. n భుజాలు గల బహుభుజి చుట్టుకొలత :

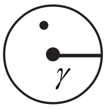
$P=n$ భుజాల పొడవుల మొత్తం

7. క్రమబహుభుజి :

P= భుజాల సంఖ్య × భుజం పొడవు

8. వృత్తము చుట్టు కొలత :

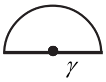
$P = 2\pi r = \pi d$



$\rightarrow$ ($\pi = \frac{22}{7}$ లేదా 3.14), γ వ్యాసార్ధము

9. అర్ధవృత్తము చుట్టుకొలత :

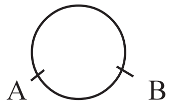
$= \frac{2\pi\gamma}{2} + 2\gamma$



$= \pi\gamma + 2\gamma = \frac{36}{7}\gamma$

10. చాపము :-

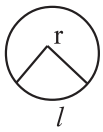
AB చాపము పొడవు, $\ell = \frac{x^0}{360} x 2\pi\gamma$



$\rightarrow x^0$ అనేది చాపము కేంద్రం వద్ద ఏర్పరుచు కోణం

11. సెక్టార్ :-

సెక్టార్ చుట్టుకొలత $= \ell + 2\gamma$



$\rightarrow \ell =$ చాపం పొడవు

$\rightarrow \gamma =$ వ్యాసార్ధం

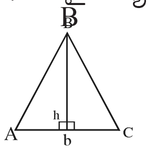
GRK

బి. ద్విమితీయ పటాల వైశాల్యాలు :-

వైశాల్యం :- ఏదైనా ఒక సంవృత్త పటం ఆక్రమించే ప్రదేశాన్ని దాని వైశాల్యం అంటారు.

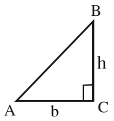
ఉదా : ఒక పేజీలో గీసిన త్రిభుజ వైశాల్యం ఆ పేజీలో ఆ పటం ఆక్రమించిన ప్రదేశం అవుతుంది.

త్రిభుజాల వైశాల్యం :-



$A = \frac{1}{2} x bh$

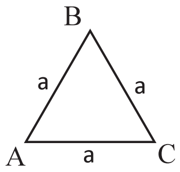
లంబకోణ త్రిభుజం :-



వైశాల్యం $A = \frac{1}{2} x bh$

సమబాహు త్రిభుజ వైశాల్యం :-

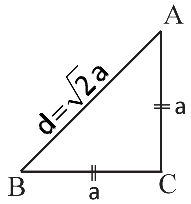
$A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$



$\rightarrow$ (a = భుజం పొడవు)

సమద్విబాహు లంబకోణ త్రిభుజ వైశాల్యం :-

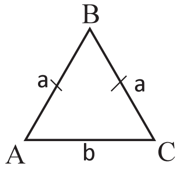
$$A=\frac{1}{2}xaxa=\frac{a^2}{2}=\frac{1}{2}\left(\frac{d}{\sqrt{2}}\right)^2$$



$$A=\frac{d^2}{4}$$

సమద్విబాహు త్రిభుజ వైశాల్యం :-

$$A=\frac{b}{4}\sqrt{4a^2-b^2}$$



→ a = సమాన భుజాల పొడవు

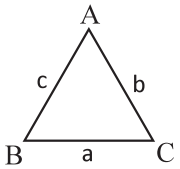
→ b = అసమాన భుజం పొడవు

విషమబాహు త్రిభుజ సూత్రం :-

హిరోన్ సూత్రం :-

$$A=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

→ $S=\frac{a+b+c}{2}$ = త్రిభుజ అర్ధ చుట్టుకొలత

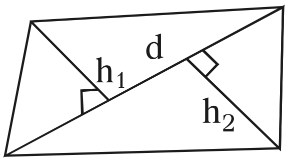


GRK

చతుర్భుజ వైశాల్యాలు :-

1. చతుర్భుజం :-

వైశాల్యం $A=\frac{1}{2}d\left(h_1+h_2\right)$

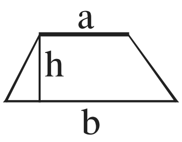


→ d = కర్ణం పొడవు

→ h_1,h_2 లు మిగిలిన శీర్షాల నుండి కర్ణం మీదకు గీచిన లంబాలు

2. ట్రెపిజీయం (సమలంబ చతుర్భుజం) :-

వైశాల్యం $A=\frac{1}{2}h\left(h_1+h_2\right)$

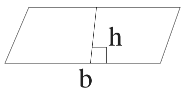


→ a, b లు సమాంతర భుజాల పొడవులు

→ h సమాంతర భుజాల మధ్య దూరం

3. సమాంతరం చతుర్భుజం :-

వైశాల్యం $A=bh$



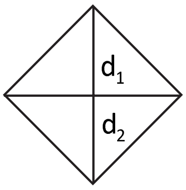
→ b = భుజం (భూమి)

→ h = ఎత్తు

4. రాంబస్ (సమచతుర్భుజం) :-

వైశాల్యం $A=\frac{1}{2}\text{x}d_1\text{x}d_2$

$\rightarrow d_1, d_2$ లు కర్ణాలు



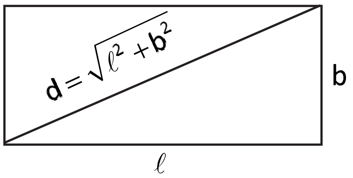
5. దీర్ఘచతురస్రం :-

వైశాల్యం a=lxb

$\rightarrow$ l = పొడవు

$\rightarrow$ b = వెడల్పు

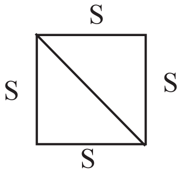
d = కర్ణము



6. చతురస్రం :-

వైశాల్యం = s x s = s^2

$= \left(\frac{d}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{d^2}{2}$ d = కర్ణము



$d=\sqrt{2}\ S$

7. క్రమ షడ్భుజి వైశాల్యం :-

వైశాల్యం $A = 6\times\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

$\rightarrow$ a = భుజం పొడవు

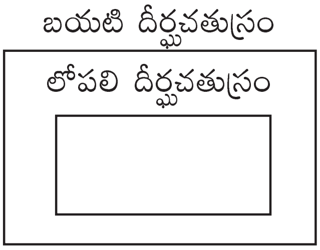
$\rightarrow$ 6 = భుజాల సంఖ్య

GRK

8. దీర్ఘచతురస్రాకార బాట వైశాల్యం :-

బాట వైశాల్యం =

బయట దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం – లోపలి దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం

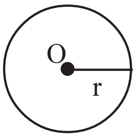


9. వృత్త వైశాల్యం :-

వైశాల్యం $A=\pi r^2$ (or)

$\Rightarrow\left[\gamma=\frac{d}{2}\right]$

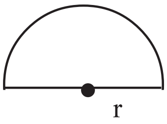
$\therefore A=\pi\text{x}\frac{d_2}{4}$



10. అర్ధ వృత్త వైశాల్యం :-

వైశాల్యం $= \frac{1}{2}\text{x}\ \pi r^2$ (or)

$= \ =\frac{1}{2}\text{x}\ \pi\text{x}\frac{d^2}{4} \ =\frac{1}{8}\text{x}\ \pi d^2$



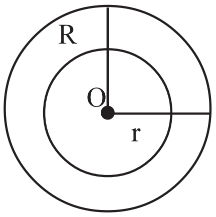
11. కంకణ వైశాల్యం :-

కంకణ వైశాల్యం = బయటి వృత్త వైశాల్యం – లోపలి వృత్త వైశాల్యం

$= \pi R^2 - \pi \gamma^2$

$= \pi (R^2 - \gamma^2)$

$= \pi (R + \gamma)(R - \gamma)$



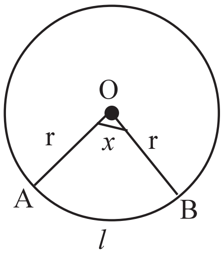
12. సెక్టార్ వైశాల్యం :-

వైశాల్యం A = $\frac{x^0}{360^0} x \pi r^2$ (or)

$= \frac{x}{360} x 2 \pi r x \frac{r}{2}$

$= \ell x \frac{r}{2}$

$= \frac{\ell r}{2}$ [l = చాపము పొడవు]



సూచన :

1. చుట్టు కొలతను ఎల్లప్పుడూ యూనిట్లలో (మి.మీ, సెం.మీ, మీ, కి.మీ...) లలో లెక్కిస్తాము.

2. వైశాల్యమును ఎల్లప్పుడూ చదరపు యూనిట్లలో (మి.మీ^{2}, సెం.మీ.^{2}, మీ^{2}, కి.మీ^{2}....) లలో లెక్కిస్తాము.

GRK

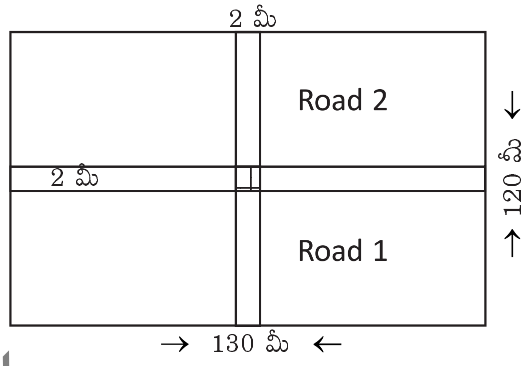
SOLVED PROBLEMS

1. ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకార మైదానం కొలతలు 130 మీ., 120 మీ. ఈ మైదానం మధ్య గుండె పొడవు మరియు వెడల్పులకు సమాంతరంగా 2మీ, వెడల్పు గల రెండు రోడ్లు కలవు. ఈ రెండు రోడ్లు పై గడ్డి పెంచుటకు గాను చ॥మీ॥ కు రూ. 150/- వంతున మొత్తం ఖర్చు ఎంత అగును ?

A) రూ. 74,000/- B) రూ. 74,400/- C) 76,400/- D) రూ. 67,400/-

Sol : మైదానం కొలతలు :

l = 130 మీ., b = 120 మీ.



$\therefore$ మొదటి రోడ్డు పొడవు, l = 130 మీ.

వెడల్పు b = 2 మీ.

వైశాల్యం = l x b

= 130మీ $\times$ 2మీ = 260 మీ^{2}

రెండవ రోడ్డు పొడవు, l = 120 మీ.

వెడల్పు b = 2 మీ.

వైశాల్యం = l x b

= 120మీ $\times$ 2మీ = 240 మీ^{2}

GRK

రెండు రోడ్ల ఉమ్మడి ప్రదేశం వైశాల్యం = 2మీ $\times$ 2మీ = 4 మీ^{2}

$\therefore$ మొత్తం రోడ్ల వైశాల్యం = 260 మీ^{2} + 240 మీ^{2} – 4 మీ^{2}

= 496 మీ^{2}

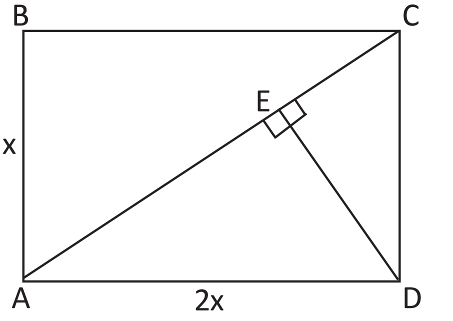
1 చ॥మీ గడ్డి పెంచుటకు ఖర్చు = రూ. 150/-

$\therefore$ మొత్తం ఖర్చు = 496 $\times$ 150

= రూ. 74,400/-

2. క్రింది పటము దీర్ఘ చతురస్రము ABCD ని సూచిస్తుంది. ఇందు AB:AD=1:2 DE, BC కి లంబముగా ఉండునట్లు AC పై గల బిందువు E అయిన DCE మరియు దీర్ఘ చతురస్రం ABCD వైశాల్యంల నిష్పత్తి ఎంత ?

A) 1:4 B) 1:6 C) 1:8 D) 1:10



Sol : AB : AD = 1:2

$\therefore$ AB = X, AD = 2X అనుకొనుము.

Δ ACD లో $AC^2 = AD^2 + CD^2$

$= (2X)^2 + X^2$

$= 5X^2$

$\therefore$ AC = $\sqrt{5}$ X

AE = K అనుకొనిన, CE = $\sqrt{5}$ X - K అగును.

Δ ADE, Δ CDE లలో

$DE^2 = X^2 - K^2$, $DE^2 = (2x)^2 - (\sqrt{5}\ X - K)^2$

$\Rightarrow DE = \sqrt{X^2 - K^2}$

$\therefore X^2 - K^2 = (2X)^2 - (\sqrt{5}X - K)^2$

$= 4X^2 - 5X^2 - K^2 + 2\sqrt{5}\,X \times K$

$X^2 - K^2 = -X^2 - K^2 + 2\sqrt{5}\,XK$

$\Rightarrow 2X^2 = 2\sqrt{5}\ X K$

$\Rightarrow \sqrt{5}\ K = \frac{2X^2}{2X} = X$

$\Rightarrow K = \frac{X}{\sqrt{5}}$

త్రిభుజం DCE వై॥ $= \frac{\frac{1}{2} x K x \sqrt{X^2 - K^2}}{2x\ X\ x}$

దీర్ఘచతురస్త్రం ABCD వై॥ $= \frac{\frac{1}{2} x \frac{X}{\sqrt{5}} x \sqrt{X^2 - \frac{X^2}{5}}}{2X^2}$

$= \frac{\frac{1}{2} x \frac{X}{\sqrt{5}} x \frac{2X}{\sqrt{5}}}{2X^2}$

$= \frac{2X^2}{10} X \frac{1}{2X^2} = \frac{1}{10}$

$\therefore$ నిష్పత్తి = 1:10

3. క్రింది పటము *AOBCA* వృత్తంగా నాల్గవ భాగాన్ని సూచిస్తుంది. వృత్త వ్యాసార్ధం 3.5 సెం.మి అయిన షేక్ చేయబడిన ప్రాంత వైశాల్యం కనుగొనుము.

ఎ) 6.125 చ॥ సెం.మీ. బి) 6.215 చ॥సెం.మీ

సి) 7.125 చ॥ సెం.మీ డి) 7.215 చ॥ సెం.మీ

Sol : షేడ్ చేయబడిన ప్రాంత వైశాల్యం =

వృత్త ఖండ వైశాల్యం – త్రిభుజ వైశాల్యం

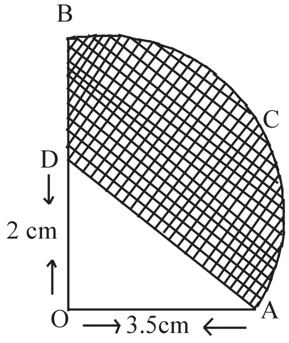
$= \frac{1}{4}\pi r^2 - \frac{1}{2}bh$

$= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 - \frac{1}{2} \times 3.5 \times 2$

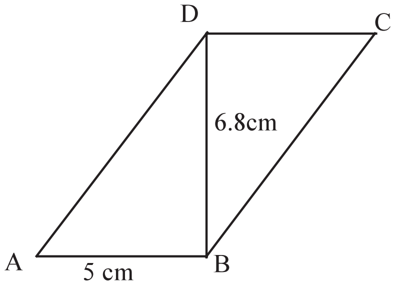
$= \frac{38.5}{4} - 3.5$

$= 9.625 - 3.5$

6.125 చ॥ సెం.మీ



4. క్రింది $ABCD$ **సమాంతర చతుర్భుజం నందు** $AB = CD = 5$ **సెం.మీ మరియు** $BD = 6.8$ **సెం.మీ ఉండునట్లు** BD, CD**లు లంబాలు అయిన సమాంతర చతుర్భుజం** $ABCD$ **వైశాల్యం ఎంత ?**



Sol : సమాంతర చతుర్భుజాన్ని కర్ణము రెండు సమాన త్రిభుజాలుగా విభజిస్తుంది. కావున సమాంతర చతుర్భుజ

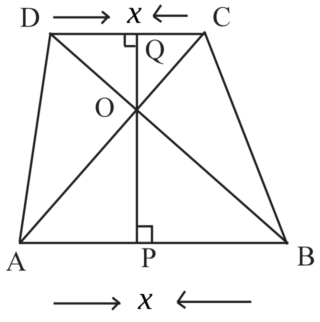
వైశాల్యం $= 2\frac{1}{2} \times 5 \times 6.8 = 34$ చ.సెం.మీ

GRK

5. $ABCD$న **ట్రెపీజియంలో** $AB \parallel CD$ **మరియు** $AB = 2CD$ **కర్ణములు** O **వద్ద ఖండించు కొనుచున్న** ΔAOB **మరియు** ΔCOD**ల వైశాల్యంల నిష్పత్తి ఎంత ?**

ఎ) 1:2 బి) 2:1 సి) 4:1 డి) 1:4

$CD = x, AB = 2x$



$$\frac{\Delta AOB}{\Delta COD} = \frac{\frac{1}{2} \times AB \times OP}{\frac{1}{2} \times CD \times OQ}$$

$$= \frac{2x \times OP}{x \times OQ}$$

$$= \frac{2OP}{OQ}$$

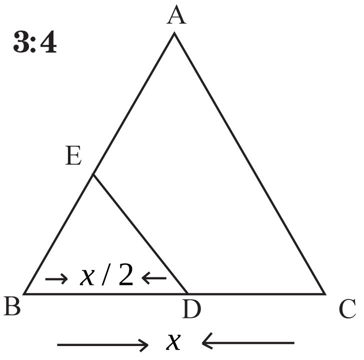
$$= \frac{2 \times 2OQ}{OQ} \left(\because OP = 2 \times OQ \right)$$

$$= \frac{4}{1}$$

వైశాల్యం నిష్పత్తి 4:1

6. ΔABC మరియు ΔBDE లు రెండు సమబాహు త్రిభుజాలు. BC యొక్క మధ్యబిందువు D అయిన (ΔBDE)పై ॥ (ΔABC) వైశాల్యం = ...

(1) **1:2** **(2)** **1:4** **(3)** $\sqrt{3}:2$ **(4)** **3:4**



జ) $\Delta ABC, \Delta BDE,$లు సమ బాహు త్రిభుజాలు

$BC = x$ అనుకొనుము

$\therefore BD = \frac{x}{2} (\therefore D, BC)$కి మధ్య బిందువు

$$Ar(\Delta BDE) : Ar(\Delta ABC) = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{x}{2}\right) : \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) x^2$$

$$= \frac{x^2}{4} = \frac{1}{4} : 1$$

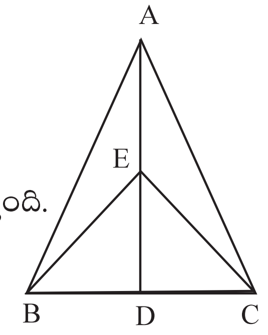
$$= 1 : 4$$

7. ΔABC లో A శీర్షము BCపై ఏదేని బిందువు Dతో కలుపబడినది. E, ADకి మధ్య బిందువు అయిన ΔBEC వైశాల్యం ఎంత ?

(1) $\frac{1}{2} Ar(\Delta ABC)$ **(2)** $\frac{1}{3} Ar(\Delta ABC)$ **(3)** $\frac{1}{4} Ar(\Delta ABC)$ **(4)** $\frac{1}{6} Ar(\Delta ABC)$

GRK

జ) ΔABDలో BE మధ్యగత రేఖ



$\therefore Ar(\Delta BDE) = \frac{1}{2} \times Ar(ADB)$ ($\therefore$ మధ్యగతరేఖ త్రిభుజాన్ని రెండు సమాన వైశాల్యం గల త్రిభుజాలుగా విభజిస్తుంది.

ΔACDలో CE మధ్యగత రేఖ

$\therefore Ar(\Delta CED) = \frac{1}{2} \times Ar(\Delta ACD)$

$$Ar(\Delta BDE) + Ar(\Delta CED) = \frac{1}{2}(\Delta ADB) + \frac{1}{2} \times Ar(\Delta ACD)$$

$$\Rightarrow Ar \Delta BEC = \frac{1Ar}{2}(\Delta ABC)$$

8. ΔABC లో $AB = 3cm, BC = 2cm$ మరియు $AC = 2.5cm$ $\Delta DEF, \Delta ABC$లు సరూపాలు, మరియు $EF = 4cm$ అయిన ΔDEF చుట్టు కొలత ఎంత ?

(1) $5cm$ **(2)** $7.5cm$ **(3)** $15cm$ **(4)** $18cm$

జ) $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{DE} = \frac{1}{2} = \frac{2.5}{DF}$$

$$\frac{3}{DE} = \frac{1}{2} \Rightarrow DE = 6cm$$

$$\frac{2.5}{DF} = \frac{1}{2} \Rightarrow DF = 5cm$$

$\therefore \Delta DEF$ చుట్టు కొలత $= DE + EF + DF$

$= 6cm + 4cm + 5cm$

$= 15cm$

9. **రెండు త్రిభుజాల వైశాల్యాల నిష్పత్తి 4:3 మరియు వాటి ఎత్తుల నిష్పత్తి 3:4 అయిన వాటి భూముల నిష్పత్తి ఎంత ?**

(ఎ) 3:4 **(బి) 16:9** **(సి) 4:3** **(డి) 9:16**

జ) వైశాల్యాల నిష్పత్తి $= \frac{1}{2} \times b_1 h_1 : \frac{1}{2} \times b_2 \; h_2 = 4:3$

GRK

$$\Rightarrow 3x \times b_1 : 4x \times b_2 = 4:3$$

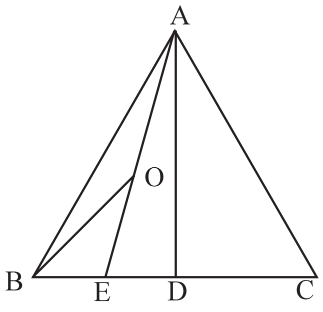
$$\Rightarrow \frac{3h \times b_1}{4h \times b_2} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{b_1}{b_2} = \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{16}{9}$$

$\therefore$ భూముల నిష్పత్తి = 16:9

10. **ΔABC లో D, BC కి మధ్య బిందువు E, BD మధ్యబిందువు మరియు O, AE కి మధ్య బిందువు అయిన ΔBOE వైశాల్యం ఎంత ?**

(1) $\frac{1}{3} Ar(\Delta ABC)$ **(2)** $\frac{1}{4} Ar(\Delta ABC)$ **(3)** $\frac{1}{6} Ar(\Delta ABC)$ **(4)** $\frac{1}{8} Ar(\Delta ABC)$



జ) $Ar.\Delta ABD = \frac{1}{2} \times Ar(\Delta ABC)$

$$Ar.\Delta BAE = \frac{1}{2} \times Ar(\Delta ABD)$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} Ar.\Delta ABC \right)$$

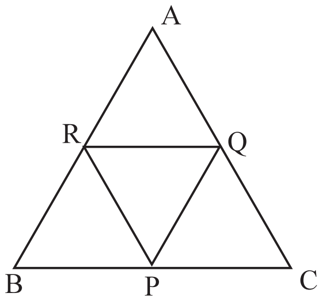
$$= \frac{1}{4} \times Ar.(\Delta ABC)$$

$$Ar.(\Delta BOE) = \frac{1}{2} \times Ar.\Delta(BAE)$$

$$= \frac{1}{2} \times \left[\frac{1}{4} Ar.\Delta(ABC)\right] \qquad = \frac{1}{8} Ar.\Delta(ABC)$$

11. ΔABC **భుజాల మధ్య బిందువులను కలుపగా ఏర్పడు త్రిభుజం** $\Delta PQR : \Delta PQR$ **వైశాల్యం** $6cm^2$ **అయిన** ΔABC **వైశాల్యం ?**

(1) $36cm^2$ **(2)** $12cm^2$ **(3)** $18cm^2$ **(4)** $24cm^2$



జ) ΔABC వైశాల్యం $= 4 \times \Delta PQR$ వైశాల్యం

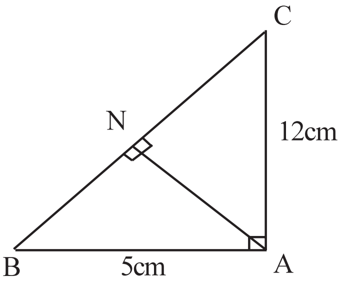
$= 4 \times 6cm^2$

$= 24cm^2$

12. ΔABC **లో** $\angle A = 90^0$, $AN \perp BC$, $AC = 12cm$ **మరియు** $AB = 5cm$ **అయిన** ΔANC **మరియు** ΔANB **వైశాల్యాల నిష్పత్తి ఎంత ?**

(1) 125:44 **(2) 25:144** **(3) 144:25** **(4) 12:5**

GRK



జ) $\Delta NBA \sim \Delta ABC$ మరియు

$\Delta NAC \sim \Delta ABC$

$\therefore \Delta NBA \sim \Delta NAC$

సరూప త్రిభుజాల వైశాల్యాల నిష్పత్తి

వాటి అనురూప భుజాల వర్గాల నిష్పత్తి

సమానం కావున

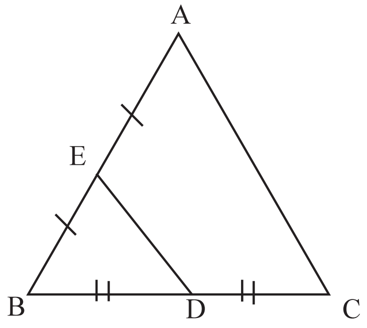
$\therefore \Delta ANC$ వైశాల్యం $\therefore \Delta ANB$ వైశాల్యం $= (12cm)^2 : (5cm)^2$

$= 144 : 25$

13. ΔABC **వైశాల్యం** $30cm^2$, D, E **లు** BC **మరియు** AB **భుజాల మధ్య బిందువులు అయిన** ΔBDE **వైశాల్యం ఎంత ?**

(1) $10cm^2$ **(2)** $7.5cm^2$

(3) $15cm^2$ **(4) ఏదీకాదు**



జ) $\Delta BED \sim \Delta BAC$ ($\because$ భు॥కో॥భు॥సరూపత)

$$\therefore \frac{\Delta BDE}{\Delta ABC} = \frac{1^2}{2^2}$$

$\Rightarrow \frac{\Delta BDE}{30cm^2} = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow \Delta BDE = \frac{1}{4} \times 30cm^2$

$= 7.5cm^2$

14. $24cm$ చుట్టుకొలత గల త్రిభుజం గరిష్ఠ వైశాల్యం ఎంత ?

(1) $32cm^2$ **(2)** $16\sqrt{3}cm^2$ **(3)** $16\sqrt{2}cm^2$ **(4)** $27cm^2$

జ) త్రిభుజము సమబాహు త్రిభుజంగా భావించి

చుట్టుకొలత $= 24cm$

$\Rightarrow 3a = 24$

$\Rightarrow a = \frac{24}{3} = 8cm$

వైశాల్యం $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2$

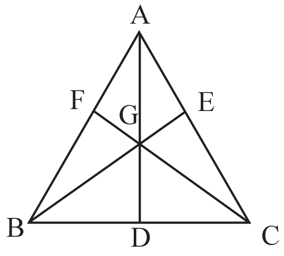
$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 8 \times 8$

$16\sqrt{3}cm^2$

GRK

15. ΔABC యొక్క గురుత్వ కేంద్రం G, ΔGBD వైశాల్యం $6cm^2$ D, BC యొక్క మధ్య బిందువు అయిన ΔABC వైశాల్యం ?

(1) $18cm^2$ **(2)** $2cm^2$ **(3)** $24cm^2$ **(4)** $36cm^2$



జ) ΔABC వైశాల్యం $= 6 \times \Delta GDB$

$= 6 \times 6cm^2$

$= 36cm^2$

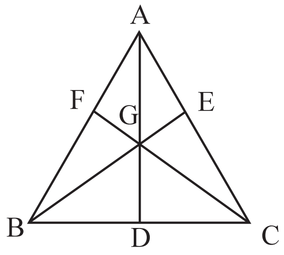
16. ΔABC లో G, గురుత్వ కేంద్రం మరియు AD, BE, CF లు మూడు మధ్యగత రేఖలు. త్రిభుజం ABC వైశాల్యం $72cm^2$ అయిన ΔBDG వైశాల్యం ?

(1) $12cm^2$ **(2)** $16cm^2$ **(3)** $24cm^2$ **(4)** $8cm^2$

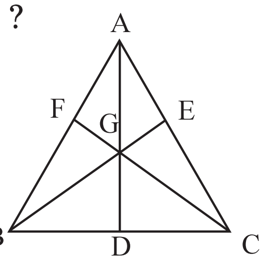
జ) ΔABC వైశాల్యం $= \frac{1}{6} \times \Delta ABC$

$= \frac{1}{6} \times 72cm^2$

$= 12cm^2$



17. $60cm^2$ వైశాల్యం గల ΔABC లో AD, BE, CFలు మూడు మధ్యగత రేఖలు G వద్ద ఖండించుకొనుచున్నవి. అయిన చతుర్భుజం $BDGF$ వైశాల్యం ?



(1) $10cm^2$ **(2)** $15cm^2$ **(3)** $20cm^2$ **(4)** $30cm^2$

జ) చతుర్భుజం $BDGF$ వైశాల్యం ΔBDGవై + ΔBGF వై

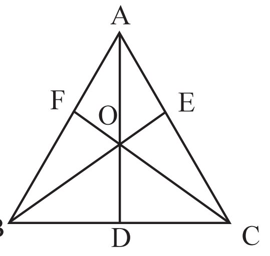
$= \frac{1}{6} \times \Delta ABC$ వై

$= 2 \times \frac{1}{6} \times ABC$ వై

$= \frac{1}{3} \times 60cm^2$

$= 20cm^2$

18. ΔABC లో O గురుత్వ కేంద్రం AD, BE, CFలు మూడు మధ్యగత రేఖలు మరియు ΔAOE వైశాల్యం $15cm^2$ అయిన $BDOF$ వైశాల్యం ?



(1) $20cm$ **(2)** $30cm^2$ **(3)** $40cm^2$ **(4)** $25cm^2$

జ) ΔAOE వైశాల్యం $= 15cm^2$

$\therefore$ చతుర్భుజం $BDOF$ వైశాల్యం

ΔOBD వైశాల్యం + ΔOBF వై॥

$= 15cm^2 + 15cm^2$

$= 30cm^2$

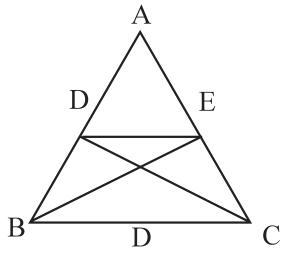
GRK

19. ΔABC లో BC కి సమాంతరంగా గీచిన రేఖ DE మరియు AB, ACలను D, E బిందువలు వద్ద ఖండించుచున్నవి. ΔABE వైశాల్యం $36cm^2$ అయిన ΔACD వైశాల్యం?

(1) $18cm^2$ **(2)** $36cm^2$ **(3)** $18cm$ **(4)** $36cm$

జ) $BC \parallel DE$ మరియు

$\Delta DEB, \Delta DEC$లు ఒకే భూమి DE మరియు ఒకే సమాంతర రేఖలు DE, BC ల మధ్య గల రెండు త్రిభుజాలు



$\therefore \Delta DEB$ వైశాల్యం = ΔDEC వైశాల్యం .... (1)

ΔABE వైశాల్యం $= 36cm^2$

$\Rightarrow \Delta ADE$ వైశాల్యం + DEB వైశాల్యం $= 36cm^2$

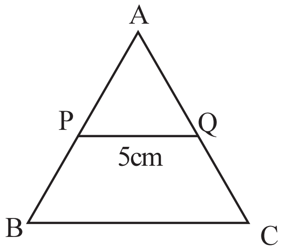
$\Rightarrow \Delta ADE$ వైశాల్యం + DEC వైశాల్యం $= 36cm^2$ ($\therefore$ (1) నుండి)

$\Rightarrow \Delta ACD$ వైశాల్యం $= 36cm^2$

20. ΔABC **ఒక సమబాహు త్రిబుజం.** P,Q **లు** $\overline{AB},\overline{AC}$ **లపై రెండు బిందువులు మరియు** $PQ \parallel BC$. $\overline{PQ}=5cm$ **అయిన** ΔAPQ **వైశాల్యం ?**

(1) $\frac{24}{4}cm^2$ **(2)** $\frac{25}{\sqrt{3}}cm^2$ **(3)** $\frac{25\sqrt{3}}{4}cm^2$ **(4)** $25\sqrt{3}cm^2$

జ) ΔABC సమబాహు త్రిభుజం



$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = 60^0$

$PQ \parallel BC$ మరియు AB, AC లు తిర్యక్‌రేఖలు

$\therefore \angle P = \angle B = 60^0 \quad \therefore \angle Q = \angle C = 60^0$ ($\because$ సదృశ కోణాలు)

$\therefore \Delta APQ$ ఒక సమబాహు త్రిభుజం

$\therefore \Delta APQ$ వైశాల్యం $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 5^2$

$$= \frac{\sqrt{3} \times 25}{4} = \frac{25\sqrt{3}}{4}cm^2$$

21. సమబాహు త్రిభుజం వైశాల్యం $4\sqrt{3}cm^2$ **అయిన ఆ త్రిభుజ చుట్టుకొలత ?**

GRK

జ) సమబాహు త్రిభుజ వైశాల్యం $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 4\sqrt{3}cm^2$

$$a^2 = 4 \times 4cm^2$$

$$a = 4cm$$

$\because \Delta$ చుట్టుకొలత $= 3 \times 4cm$

$$= 12cm$$

22. ఒక సమద్వి బాహు త్రిభుజ సమాన భుజాలు మరియు అసమాన భుజాల నిష్పత్తి 3:4 మరియు త్రిభుజం వైశాల్యం $18\sqrt{5}$ **చ॥మీ॥ అయిన అసమాన భుజాల పొడవు ఎంత?**

(1) 16మీ॥ **(2)** $5\sqrt{10}$ **మీ॥** **(3)** $8\sqrt{2}$ **మీ॥** **(4) 12మీ॥**

జ) సమద్విబాహు త్రిభుజ వైశాల్యం $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$$s = \frac{3x+3x+4x}{2} = \frac{10x}{2} = 5x$$

$$\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = 18\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \sqrt{5x(5x-3x)(5x-3x)(5x-4x)} = 18\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \sqrt{5x \times 2x \times 2x \times x} = 18\sqrt{5}$$

$\Rightarrow \sqrt{20x^4} = 18\sqrt{5}$

$\Rightarrow 2\sqrt{5}x^2 = 18\sqrt{5}$

$\Rightarrow x^2 = \frac{18\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = 9$

$\therefore x = 3$

$\therefore$ అసమాన భుజంపొడవు $= 4 \times 3 = 12$ మీ

23. ఒక త్రిభుజ భుజాల నిష్పత్తి 3:4:5 మరియు వైశాల్యం 72 చ॥యు॥ అయిన అతి చిన్న భుజం పొడవు ఎంత?

1) $4\sqrt{3}$ **యూ॥** **2)** $5\sqrt{3}$ **యూ॥** **3)** $6\sqrt{3}$ **యూ॥** **4)** $3\sqrt{3}$ **యూ॥**

<u>సాధన</u>:– భుజాలు = $3x, 4x, 5x$ అనుగొనుము $s = \frac{3x + 4x + 5x}{2}$ వైశాల్యం = 72 చ॥యూ॥

$= \frac{12x}{2} = 6x$

$\Rightarrow \sqrt{s(s-a)(s-6)(s-c)} = 72$

$\Rightarrow \sqrt{6x(6x-3x)(6x-4x)(6x-5x)} = 72$

$\Rightarrow \sqrt{6x \times 3x \times 2x \times x} = 72$

$\Rightarrow \sqrt{36x^4} = 72$

$\Rightarrow 6x^2 = 72$

$\Rightarrow x^2 = \frac{72}{6} = 12$

$\therefore x = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ యూ॥

$\therefore$ అతి చిన్న భుజం పొడవు $= 3 \times 2\sqrt{3}$ యూ॥

$= 6\sqrt{3}$ యూ॥

24. ఒక సమద్వి బహు త్రిభుజ వైశాల్యం 4 చ॥యూ॥ మరియు మూడవ భుజం పొడవు 2 యూ॥ అయిన సమాన భుజాల పొడవు?

<u>సాధన</u> : సమాన భుజం పొడవు $= x$ అనుకొనుము.

సమద్వి బాహు త్రిభుజ వై ॥= $\frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2} = 4$ చ॥ యూ॥

$\Rightarrow \frac{2}{4}\sqrt{4x^2 - 2^2} = 4$

GRK

$\Rightarrow \sqrt{4x^2 - 4} = 8$

$\Rightarrow \sqrt{4\left(x^2 - 1\right)} = 8$

$\Rightarrow 2\sqrt{x^2 - 1} = 8$

$\Rightarrow \sqrt{x^2 - 1} = \frac{8}{2} = 4$

$\Rightarrow \sqrt{\left(x^2 - 1\right)^2} = 4^2$

$\Rightarrow x^2 - 1 = 16$

$\Rightarrow x^2 = 16 + 1 = 17$

$\Rightarrow x = \sqrt{17}$

$\therefore$ సమాన భుజాల పొడవు $= \sqrt{17}$ యూ॥

25. $\Delta ABC, \Delta DEF$ **లు సరూపాలు మరియు** $AB = 10cm, \mathrm{DE} = 8\mathrm{cm}$ **అయిన** ΔABC **మరియు** ΔDEF **ల వైశాల్యాల నిష్పత్తి ?**

సాధన :- సరూప త్రిభుజాల వైశాల్యాల నిష్పత్తి = వాటి అనురూప భుజాల వర్గాల నిష్పత్తి.

$\therefore \Delta\left(\Delta ABC\right) : \Delta\left(\Delta DEF\right) = 10^2 : 8^2$

$= 100 : 64$

$= 25 : 16$

GRK

లెవల్ -1 లెక్కలు

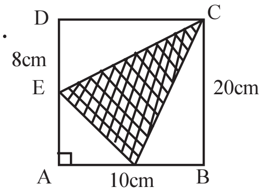
1. 24 సెం.మీ పొడవు గల తీగతో పొడవు, వెడల్పులు పూర్ణ సంఖ్యలుగా కల వేరు వేరు కొలతలు గల దీర్ఘచతురస్రాలను ఎన్నింటిని నీవు చేయగలవు.

ఎ) 5 బి) 6 సి) 7 డి) 10

2. 144సెం.మీ, 100 సెం.మీ, కొలతలు వరుసగా పొడవు, వెడల్పులుగా గల ప్రదేశాన్ని పొడవు 12సెం.మీ, వెడల్పు 5సెం.మీ గల టైల్స్‌తో నింపవలెనన్న ఎన్ని టైల్స్ కావలెను?

ఎ) 240 బి) 250 సి) 270 డి) 300

3. $ABCD$ పటంలో షెడ్ చేసిన భాగం యొక్క వైశాల్యాన్ని కనుగొనండి.



ఎ) $125cm^2$ బి) $150cm^2$

సి) $160cm^2$ డి) $175cm^2$

4. 35 సెం.మీ వ్యాసార్ధం గల ఒక చక్రం ఎన్ని చుట్లు తిరిగిన అది 660సెం.మీ దూరం ప్రయాణించగలదు?

ఎ) 3 బి) 5 సి) 2 డి) 1

5. రెండు వృత్తాల వ్యాసాల నిష్పత్తి 3:4 అయిన వాని చుట్టు కొలతల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

ఎ) 3:4 బి) $\sqrt{3}:2$ సి) 9:16 డి) 3:2

GRK

6. ఒక నిమిషాల ముల్లు పొడవు 15సెం.మీ దాని చివరి కొన 1 గంటలో ప్రయాణించే దూరమును కనుగొనండి? ($\pi = 3.14$గా తీసుకొనుము)

ఎ) $92.40cm$ బి) $94.20cm$ సి) $95cm$ డి) $95.20cm$

7. ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార పార్కు యొక్క పొడవు, వెడల్పుల వరుసగా 700మీ. మరియు 300మీ. దీని భుజాలకు సమాంతరంగా 10మీ, వెడల్పుగల రెండు రోడ్లు పార్కు మధ్యభాగంలో పరస్పరం ఖండించుకునే విధంగా నిర్మించబడినది. రోడ్డు కాకుండా మిగిలిన పార్కు వైశాల్యాన్ని కనుగొనండి ?

ఎ) $200100m^2$ బి) $2010m^2$ సి) $30001m^2$ డి) $20001m^2$

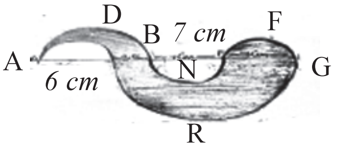
8. సమలంబ చతుర్భుజములోని సమాంతర భుజాల పొడవుల నిష్పత్తి 4:1 మధ్యదూరం 10సెం.మీ సమలంబ చతుర్భుజ వైశాల్యం 500 చ.సెం.మీ అయిన సమాంతర భుజాల కొలతలను కనుగొనుము.

ఎ) 50సెం.మీ బి) 80సెం.మీ సి) 70సెం.మీ డి) 100సెం.మీ

9. సమాన వ్యాసార్ధమును కల్గిన 4 అర్ధవృత్తములు మరియు సమాన వ్యాసార్ధాలు కల్గిన రెండు పెద్ద అర్ధవృత్తములు (ప్రతిది 42సెం.మీ) పటములో చూపిన విధంగా జతచేయబడినది. అయిన షేడ్ చేయబడిన ప్రాంతము వైశాల్యం కనుగొనుము.

ఎ) $5544cm^2$　　బి) $4455cm^2$　　సి) $4444cm^2$　　డి) $5555cm^2$

10. ఈ క్రింది ఇవ్వబడిన పటములో షేడ్ చేయబడిన ప్రాంత వైశాల్యమును కనుగొనుము.



ఎ) $145.75cm^2$　　బి) $144.50cm^2$

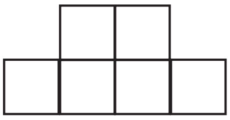
సి) $144.375cm^2$　　డి) $145.375cm^2$

11. ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకార పొలములో ఒక గుర్రము కట్టబడి ఉన్నది. దీర్ఘ చతురస్ర కొలతలు 70మీ మరియు 52మీ కల్గియున్నది. దీర్ఘచతురస్రాకార పొలములో ఒక మూలలో 21మీ పొడవు కల్గిన ఒక తాడుకు గుర్రము కట్టబడియున్నది. అయిన గుర్రము కదలగలిగే ప్రాంత వైశాల్యము కనుగొనుము?

ఎ) $345.5m^2$　　బి) $344.5m^2$

సి) $346.6m^2$　　డి) $346.5m^2$

12. ఈ క్రింది పటము ఒక సెం.మీ చతురస్రాలతో చేయబడినది. ఈ పటము చుట్టుకొలత ఎంత?



ఎ) 10సెం.మీ　　బి) 12సెం.మీ

సి) 14సెం.మీ　　డి) 16సెం.మీ

GRK

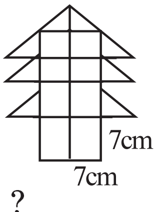
13. ఒక చతురస్రం చుట్టుకొలత 36సెం.మీ అయిన దాని వైశాల్యం ఎంత ?

ఎ) 36చ.సెం.మీ　　బి) 49చ.సెం.మీ　　సి) 64చ.సెం.మీ　　డి) 81చ.సెం.మీ

14. ఒక దీర్ఘచతురస్ర చుట్టుకొలత 70సెం.మీ మరియు పొడవు 20సెం.మీ అయిన వైశాల్యం ఎంత?

ఎ) 15చ.సెం.మీ　　బి) 320చ.సెం.మీ　　సి) 300చ.సెం.మీ　　డి) 400చ.సెం.మీ

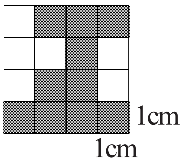
15. ఈక్రింది పటము యొక్క వైశాల్యం ఎంత?



ఎ) $488cm^2$　　బి) $498cm^2$

సి) $588cm^2$　　డి) $688cm^2$

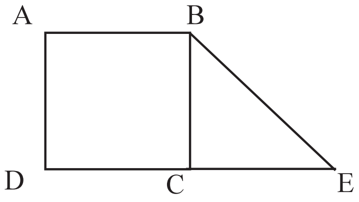
16. ఈ క్రింది పటములో షేడ్ చేయబడిన ప్రాంత చుట్టుకొలత ఎంత ?



ఎ) 17సెం.మీ　　బి) 10 సెం.మీ

సి) 40సెం.మీ　　డి) 18 సెం.మీ

17. $ABCD$ 40సెం.మీ చుట్టుకొలతలగల చతురస్ర వైశాల్యంలో $\frac{3}{4}$ వ వంతు అయిన CE పొడవు ఎంత ?



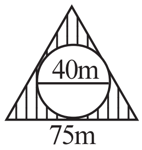
ఎ) $17cm$　　బి) $10cm$

సి) $40cm$　　డి) $18cm$

18. ఒక చతురస్ర మరియు ఒక దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యాలు సమానం. చతురస్ర భుజం 24సెం.మీ మరియు దీర్ఘచతురస్ర పొడవు 36సెం.మీ అయిన దీర్ఘచతురస్ర వెడల్పు ఎంత ?

ఎ) 16సెం.మీ బి) 18 సెం.మీ సి) 24 సెం.మీ డి) 20 సెం.మీ

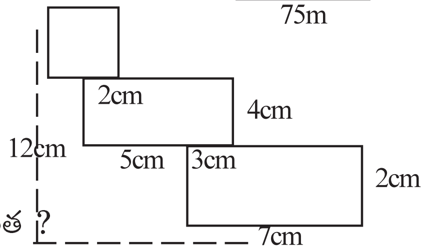
19. ఈ క్రింది పటములో షేడ్ చేయబడిన ప్రాంతవైశాల్యం ఎంత ?



ఎ) $894m^2$ బి) $994m^2$

సి) $984m^2$ డి) $498m^2$

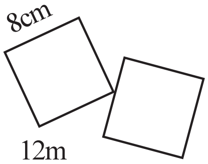
20. ప్రక్క పటము యొక్క చుట్టూ కొలత ఎంత ?



ఎ) 48సెం.మీ బి) 92సెం.మీ

సి) 108 సెం.మీ డి) 56 సెం.మీ

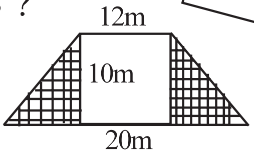
21. ప్రక్కపటములో గల చతురస్రాల వైశాల్యం ఎంత ?



ఎ) $32cm^2$ బి) $64cm^2$

సి) $128cm^2$ డి) $135cm^2$

22. ప్రక్క పటములో షేడ్ చేయబడిన ప్రాంత వైశాల్యం ఎంత ?

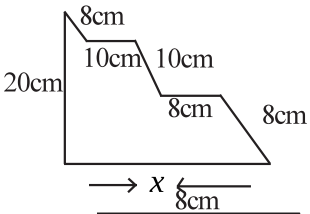


ఎ) $20cm^2$ బి) $116cm^2$

సి) $40cm^2$ డి) $160cm^2$

GRK

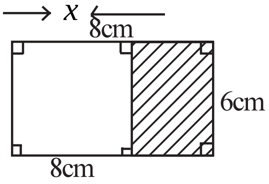
23. క్రింది పటం చుట్టుకొలత 125సెం.మీ అయిన x విలువ ఎంత ?



ఎ) 55సెం.మీ బి) 70 సెం.మీ

సి) 82 సెం.మీ డి) 195 సెం.మీ

24. క్రింది పటములో షేడ్ చేయబడిన ప్రాంతం ఎంత ?



ఎ) $12cm^2$ బి) $20cm^2$

సి) $36cm^2$ డి) $48cm^2$

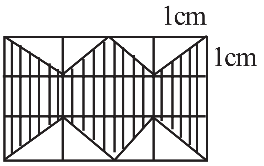
25. 24సెం.మీ చుట్టు కొలతగల క్రమ షడ్భుజి వైశాల్యం ఎంత?

ఎ) $5\sqrt{3}cm^2$ బి) $2\sqrt{3}cm^2$

సి($3\sqrt{3}cm^2$ డి) $4\sqrt{3}cm^2$

లెవల్ -2 లెక్కలు

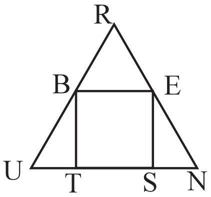
1. ప్రక్క పటములో షేడ్ చేయబడిన ప్రాంత వైశాల్యం ఎంత ?



ఎ) $4cm^2$ బి) $6cm^2$

సి) $8cm^2$ డి) $10cm^2$

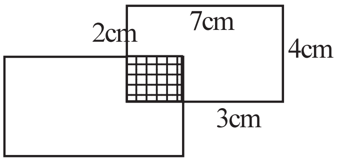
2. $BEST$ ఒక చతురస్రం RUN ఒక లంబకోణ సమద్విబాహు త్రిభుజం మరియు దీని వైశాల్యం $81cm^2$ అయిన $BEST$ వైశాల్యం ఎంత ?



ఎ) 81 cm^2 బి) 40.5 cm^2

సి) $162cm^2$ డి) $27cm^2$

3. క్రింది పటము 2 సమదీర్ఘచతురస్రాలచే ఏర్పడిన పటము నుండి షేడ్ చేయబడిన ప్రాంత వైశాల్యం ఎంత ?

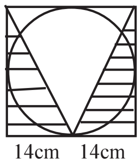


ఎ) $12cm^2$ బి) $10cm^2$

సి) $8cm^2$ డి) $16cm^2$

GRK

4. ప్రక్కపటం ఒక చతురస్రంలో వృత్తాన్ని సూచిస్తుంది. అయిన పటమునుండి షేడ్ చేయబడిన ప్రాంత వైశాల్యం ఎంత ?



ఎ) $420cm^2$ బి) $392cm^2$

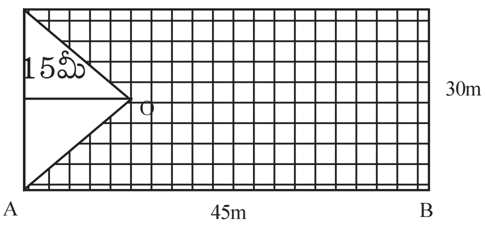
సి) $86cm^2$ డి) $94cm^2$

5. ఒక సమాంతర చతుర్భుజం భూమి ఎత్తుకు 3రెట్లు మరియు వైశాల్యం 108మీ^{2} అయిన భూమి మరియు ఎత్తులు వరుసగా ....

ఎ) 18సెం.మీ, 6సెం.మీ బి) 4 సెం.మీ, 12సెం.మీ

సి) 12సెం.మీ, 4సెం.మీ డి) 6 సెం.మీ, 18సెం.మీ

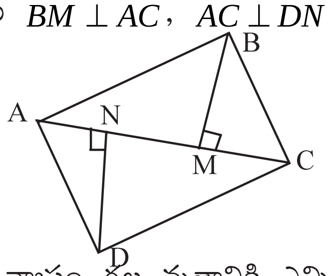
6. క్రింది పటములో షేడ్ చేయబడిన ప్రాంత వైశాల్యం ఎంత ?



ఎ) 995మీ^{2} బి) 1015మీ^{2}

సి) 1125మీ^{2} డి) 1250మీ^{2}

7. $AC = 22cm$, $BM = 3cm$, $DN = 3cm$ మరియు $BM \perp AC$, $AC \perp DN$గా గల చతుర్భుజం $ABCD$ వైశాల్యం ఎంత ?



ఎ) 55సెం.మీ^{2} బి) 66సెం.మీ^{2}

సి) 39మీ^{2} డి) 89మీ^{2}

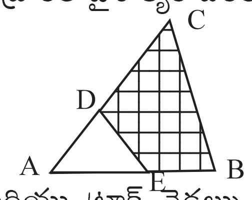
8. 132 సెం.మీ పొడవు గల ఒక తీగను 7సెం.మీ వ్యాసం గల వృత్తానికి ఎన్ని చుట్లు చుట్టగలము ?

ఎ) 6 బి) 10 సి) 18 డి) 8

9. 40సెం.మీల పొడవు 22సెం.మీ వెడల్పుగల ఒక దీర్ఘచతురస్రకార తీగను చతురస్రకారముగా మలచిన చతురస్రం భుజము పొడవు ఎంత ?

ఎ) 30సెం.మీ బి) 31 సెం.మీ సి) 32 సెం.మీ డి) 33 సెం.మీ

10. ప్రక్క పటములో $AB = 20cm$, $BC = 21cm$, $AD = 10cm$ మరియు $DE = 10.5cm$ $\lfloor ABC$ మరియు $\lfloor ADE$ లంబకోణాలు అయిన షేడ్ చేయబడిన ప్రాంత వైశాల్యం ఎంత?



ఎ) 175.7సెం.మీ^{2} బి) 157.7సెం.మీ^{2}

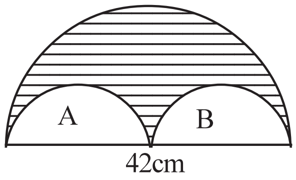
సి) 157.5సెం.మీ^{2} డి) 185.7సెం.మీ^{2}

GRK

11. ఒక వృత్తాకార రన్నింగ్ ట్రాక్ బాహ్య వ్యాసము 168మీ॥ర్లు మరియు ట్రాక్ వెడల్పు 7 మీటర్లు అయిన ట్రాక్ యొక్క లోపలి వృత్త చుట్టుకొలత ఎంత ?

ఎ) 844మీటర్లు బి) 484 మీటర్లు సి) 488 మీటర్లు డి) 485 మీటర్లు

12. క్రింది పటం ఒక పెద్ద అర్ధవృత్తము యొక్క రెండు చిన్న సమ అర్ధవృత్తాలతో ఏర్పడినది. $\pi = \frac{22}{7}$గా తీసుకొని షెడ్ చేయబడిన ప్రాంత చుట్టుకొలత కనుగొనుము?



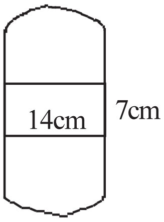
ఎ) 132సెం.మీ బి) 122 సెం.మీ

సి) 142 సెం.మీ డి) 152 సెం.మీ

13. 40 మీటర్ల భుజముగల చతురస్రాకార పొలము యొక్క ఒక భుజము మధ్యబిందువు వద్ద 14మీటర్ల పొడవుగల త్రాడుతో ఒక ఆవు కట్టివేయబడినది. అయిన ఆవు మేయగల ప్రాంత వైశాల్యం ఎంత ?

ఎ) 137.75మీ^{2} బి) 136.75మీ^{2} సి) 173.25మీ^{2} డి) 134.75మీ^{2}

14. క్రింది పటము యొక్క వైశాల్యం ఎంత ?



ఎ) 252సెం.మీ^{2} బి) 352 సెం.మీ^{2}

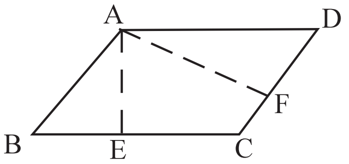
సి) 252.5సెం.మీ^{2} డి) 352.5 సెం.మీ^{2}

15. 88 మీటర్ల పొడవుగల వృత్తాకార మైదానం చుట్టూ రెండు మీటర్ల వెడల్పుగల వృత్తాకార బాట కలదు. అయిన బాట వైశాల్యం ఎంత ?

ఎ) 187.88 మీ^{2} బి) 188.57 మీ^{2}

సి) 188.97 మీ^{2} డి) 188.44 మీ^{2}

16. పటమునందు సమాంతర చతుర్భుజం $ABCD$ భూమి $BC = 27cm$ మరియు ఎత్తు $AE = 8cm$ భుజము CD పైకి గీచిన లంబము $AF, CD = 12cm$ అయిన AF ఎంత ?

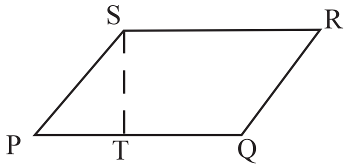


ఎ) 18సెం.మీ బి) 9 సెం.మీ

సి) 3 సెం.మీ డి) 6 సెం.మీ

17. $PQRS$ సమాంతర చతుర్భుజం నందు ST భూమి PQ గీచిన లంబము, సమాంతర చతుర్భుజం వైశాల్యం 120సెం.మీ^{2} మరియు $PQ = 15cm$, $PT = 6cm$ అయిన SP పొడవు ఎంత ?

GRK



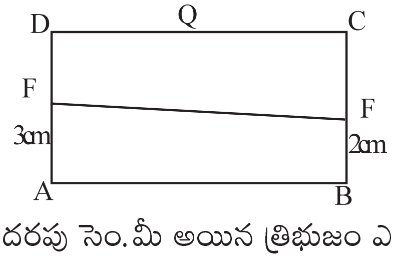
ఎ) 15 సెం.మీ బి) 8సెం.మీ

సి) 12 సెం.మీ డి) 10 సెం.మీ

18. ఒక దీర్ఘచతురస్రం చుట్టుకొలత 168మీటర్లు మరియు పొడవు 46 మీటర్లు అయిన వైశాల్యం ఎంత ?

ఎ) 1746మీటర్లు^{2} బి) 1890మీ^{2} సి) 1680మీ^{2} డి) 1748మీ^{2}

19. రవి ఒక దీర్ఘచతురస్రకార పొలమును పటములో చూపిన విధముగా రెండు సమాన భాగాలుగా విభజించి రెండు వేరు వేరు పంటలను పండించాలని అనుకున్నాడు. అయిన ఒక్కొక్క సమానభాగం వైశాల్యం ఎంత?



ఎ) 10సెం.మీ^{2} బి) 20సెం.మీ^{2}

సి) 30 సెం.మీ^{2} డి) 40 సెం.మీ^{2}

20. ఒక సమబాహు త్రిభుజ వైశాల్యం $144\sqrt{3}$ చదరపు సెం.మీ అయిన త్రిభుజం ఎత్తు ఎంత?

ఎ) 24సెం.మీ బి) $44\sqrt{3}$ సెం.మీ సి) $12\sqrt{3}$ సెం.మీ డి) $8\sqrt{3}$ సెం.మీ

21. ఒక త్రిభుజం యొక్క చుట్టు కొలత $5y+2x$ మరియు త్రిభుజం యొక్క రెండు భుజాల కొలతలు $2y+3x$ మరియు $x-y$ అయిన మూడవ భుజం పొడవు ఎంత ?

ఎ) $5y-6x$ బి) $5y+6x$ సి) $4y-2x$ డి) $5y-2x$

22. ఒక లంబకోణ సమద్విబాహు త్రిబుజ కర్ణము పొడవు $9\sqrt{2}$ సెం.మీ అయిన త్రిభుజ వైశాల్యం ఎంత ?

ఎ) కనుగొనలేను బి) $\frac{81}{2}cm^2$ సి) $81cm^2$ డి) $80cm^2$

23. ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార పార్కు యొక్క వైశాల్యం 3392 చ.మీటర్లు మరియు దాని వెడల్పు 53 మీటర్లు అయితే పార్కు చుట్టుకొలత మీటర్లలలో

ఎ) 220మీ బి) 234మీ సి) 243మీ డి) 216మీ

24. ఒక బండిచక్రం వృత్త పరిధి 44 సెం.మీ ఆ బండి 7260 సెం.మీ దూరం తిరిగితే బండి చక్రంచేసే భ్రమణాల సంఖ్య

ఎ) 156 బి) 651 సి) 165 డి) 615

GRK

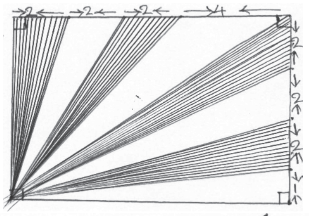
25. ఒక తీగతో 25సెం.మీ వ్యాసార్థంగా గల వృత్తాకారంగా మలచగలగిన ఆ తీగపొడవు

ఎ) 157.14సెం.మీ బి) 157.41 సెం.మీ

సి) 175.14 సెం.మీ డి) 175.41సెం.మీ

లెవల్ -3 లెక్కలు

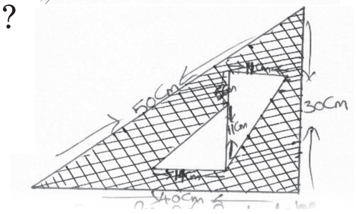
1. క్రింది పటంలో షేడ్‌చేయబడిన ప్రాంత వైశాల్యం



ఎ) 35 చ॥యూ॥ బి) 70 చ॥యూ॥

సి) 34 చ॥యూ॥ డి) 36 చ॥యూ॥

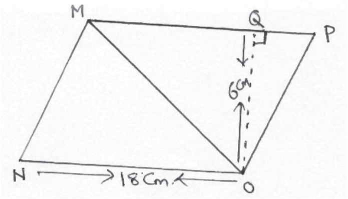
2. క్రింది పటంలో షేడ్ చేయబడిన ప్రాంత వైశాల్యం ఎంత?



ఎ) 435సెం.మీ^{2} బి) 120^0సెం.మీ^{2}

సి) 358సెం.మీ^{2} డి) 400సెం.మీ^{2}

3. ΔMNO మరియు సమాంతర చతుర్భుజం $MNOP$ ల వైశాల్యాల నిష్పత్తి klm అయిన m విలువ ఎంత ?

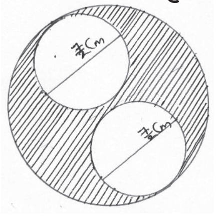


ఎ) 1 బి) 2

సి) 3 డి) 4

4. ప్రక్క పటము నందలి పెద్ద వృత్తము వ్యాసార్థం 21సెం.మీ అయిన షేడ్ చేయబడిన ప్రాంతం యొక్క వైశాల్యములోని ఒకట్ల స్థానం

GRK

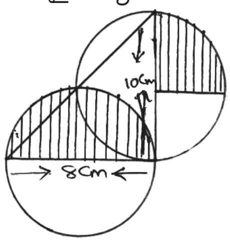


ఎ) 0 బి) 5

సి) 7 డి) 9

5. క్రింది పటంలో రెండు వృత్తములచే ఏర్పడిన షేడ్ చేయబడిన ప్రాంత వైశాల్యం?

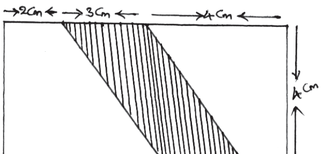
$(\pi = 3.14)$



ఎ) $64.424cm^2$ బి) $58.64cm^2$

సి) $40.336cm^2$ డి) $44.745cm^2$

6. క్రింది దీర్ఘచతురస్రంలో షేడ్ చేయబడిన ప్రాంత వైశాల్యం



ఎ) 20సెం.మీ^{2} బి) 16సెం.మీ^{2}

సి) 14సెం.మీ^{2} డి) 12 సెం.మీ^{2}

7. 25 మీ పొడవు 10 వెడల్పుగా గల ఒక స్విమ్మింగ్ పూల్‌కు 4వైపుల కాంక్రీట్ అంచు కలదు. ఇరువైపులా కాంక్రీట్ అంచు వెడల్పు 5 మీటర్లు మరియు పైనా, క్రింద కాంక్రీట్ అంచు వెడల్పు 2.5మీటర్లు అయిన బయటి దీర్ఘ చతురస్రాకారం చుట్టుకొలత ఎంత ?

ఎ) 80మీటర్లు బి) 90మీటర్లు సి) 95 మీ డి) 100మీ

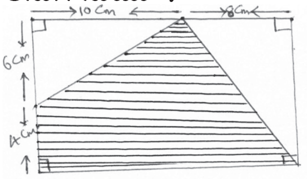
8. ఒక లంబకోణ త్రిభుజ చుట్టుకొలత 60సెం.మీ మరియు దాని కర్ణము 26సెం.మీ అయిన ఆ త్రిబుజ వైశాల్యం ఎంత ?

ఎ) 170సెం.మీ^{2} బి) 240సెం.మీ^{2} సి) 390సెం.మీ^{2} డి) 780సెం.మీ^{2}

9. స్మిత 4సెం.మీ వ్యాసార్ధంగల వృత్తాకార పైపు చుట్టూ ఒక తీగను చుట్టి మిగిలిన తీగను కత్తిరించివేసింది. అదే తీగను 4సెం.మీ భుజముగల చతురస్రాకార పెట్టెకు చుట్టిన మిగిలే తీగపొడవు ఎంత ?

ఎ) 10.5సెం.మీ బి) 9.12సెం.మీ సి) 9.15సెం.మీ డి) 10.5సెం.మీ

10. క్రింది పటము నందు షేడ్ చేయబడిన ప్రాంత వైశాల్యం కనుగొనుము ?



ఎ) $100cm^2$ బి) $110cm^2$

సి) $125cm^2$ డి) $150cm^2$

11. $6cm$ భుజముగల ఒక చతతుతరస్రాకారపు అల్యూమినియం రేకునుండి 2సెం.మీ వ్యాసార్ధం గల ఒక వృత్తము కత్తిరించబడినది. మిగిలిన అల్యూమినియం రేకు వైశాల్యం ఎంత ? $(\pi = 3.14)$

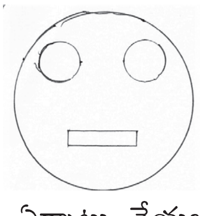
GRK

ఎ) $22.33cm^2$ బి) $22.44cm^2$ సి) $24.44cm^2$ డి) $24.33cm^2$

12. ఒక వృత్తాకారపు గడియారంలోని నిమిషాల ముల్లు పొడవు15సెం.మీ అయిన ఒక గంటలో ఆ ముల్లు చివరి భాగం ఎంతదూరం కదులును. $(\pi = 3.14)$

ఎ) $92.24cm$ బి) $94.20cm$ సి) $92.25cm$ డి) $94.33cm$

13. $14cm$ వ్యాసార్ధంగల వృత్తాకార అట్టముక్క నుండి $3.5cm$ వ్యాసార్ధంగల రెండు వృత్తాలు మరియు $3cm$ల పొడవు, ఒక cm వెడల్పుగల దీర్ఘచతురస్రాన్ని కత్తిరించిన మిగిలిన అట్టముక్క వైశాల్యం ఎంత? $(\pi = 3.14)$



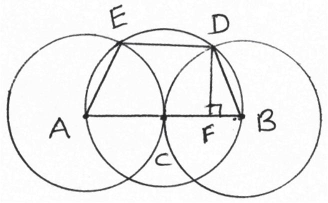
ఎ) $534.50cm^2$ బి) $534.51cm^2$

సి) $535.50cm^2$ డి) $535.51cm^2$

14. ఒక వృత్తాకార పూలతోట వైశాల్యం 314మీ^{2}. ఆ తోట మధ్యలో ఏర్పాటు చేయబడిన స్ప్రింక్లర్ 12మీ వ్యాసార్ధంలో గల వైశాల్యాన్ని తడుప గల సామర్థ్యం కలదు. అయిన ఇంకా ఎంత వైశాల్యం వరకూ తోటను విస్తరించవచ్చు.

ఎ) 148.14మీ^{2} బి) 138.50మీ^{2} సి) 138.14మీ^{2} డి) 148.50మీ^{2}

15. 2సెం.మీ వ్యాసార్ధము గల రెండు వృత్తాల కేంద్రాలు A మరియు B ఈ రెండు వృత్తాలు C బిందువు వద్ద స్పృశించుకొనుచున్నవి. C కేంద్రంగాల 2సెం.మీ వ్యాసార్ధం గల మూడవ వృత్తము ఈ రెండు వృత్తాలను D, E బిందువుల వద్ద ఖండించుచున్నది. అయిన చతుర్భుజం $ABDE$ వైశాల్యం ఎంత ?



ఎ) $2\sqrt{2}cm^2$ బి) $3\sqrt{3}cm^2$

సి) $3\sqrt{2}cm^2$ డి) $2\sqrt{3}cm^2$

GRK

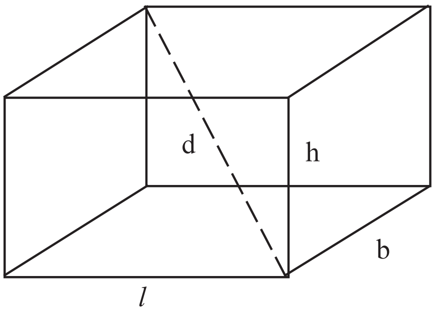
త్రిమితీయ పటాల ఉపరితల వైశాల్యాలు - ఘనపరిమాణాలు

ఘనపరిమాణం :

త్రిమితీయ వస్తువు ఆక్రమించు అంతరాళ ప్రదేశాన్ని ఘనపరిమాణం అంటారు.

ఘన పరిమాణము ఎల్లప్పుడు ఘనపు యూనిట్లలో (మి.మీ^{3}, సెం.మీ^{3}, మీ^{3}, కి.మీ^{3}....) లెక్కించబడును.

1. దీర్ఘ ఘనము :



ప్రక్కతల వైశాల్యం $= 2h(l+b)$

సంపూర్ణతల వైశాల్యం $= 2(lb+bh+hl)$

ఘన పరిమాణము $= lbh$

కర్ణము $d = \sqrt{l^2+b^2+h^2}$

$l =$ పొడవు

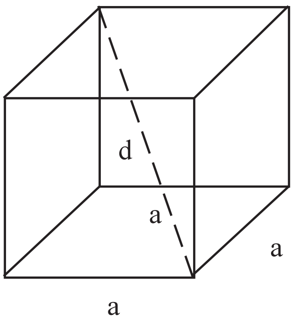
$b =$ వెడల్పు

$h =$ ఎత్తు

$d =$ కర్ణము

GRK

2. ఘనము (సమ ఘనము) :



ప్రక్కతల వైశాల్యం $= 4a^2$

సంపూర్ణతల వైశాల్యం $= 6a^2$

ఘన పరిమాణము $= a^3$

కర్ణము $d = \sqrt{3}a$

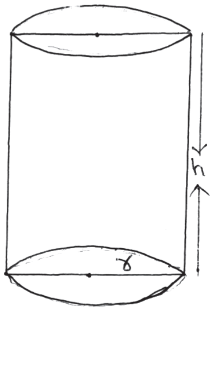
$a =$ పొడవు

$a =$ వెడల్పు

$a =$ ఎత్తు

$d =$ కర్ణము

3. స్థూపము :



వక్రతల / ప్రక్కతల వైశాల్యం $= 2\pi rh$

సంపూర్ణతల వైశాల్యం $= 2\pi r(h+r)$

ఘన పరిమాణము $= \pi r^2 h$

వ్యాసార్ధము $= r$

ఎత్తు $= h$

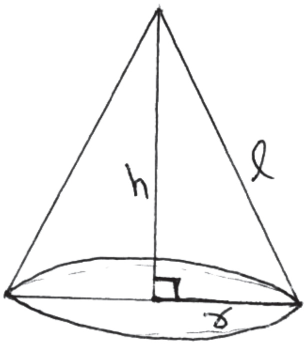
4. శంఖువు :

వక్రతల / ప్రక్కతల వైశాల్యం $= \pi rl$

సంపూర్ణతల వైశాల్యం $= \pi r(l + r)$

ఘన పరిమాణము $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

ఏటవాలు ఎత్తు $l = \sqrt{h^2 + r^2}$



వ్యాసార్ధము $= r$

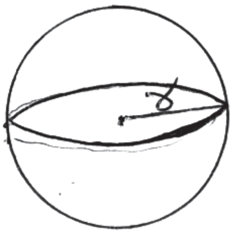
ఎత్తు $= h$

ఏటవాలు ఎత్తు $= l$

5. గోళము :

ఉపరితల / సంపూర్ణతల వైశాల్యం $= 4\pi r^2$

ఘన పరిమాణము $= \frac{4}{3}\pi r^3$



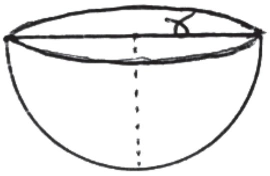
వ్యాసార్ధము $= r$

6. అర్ధ గోళము :

ప్రక్కతల వైశాల్యం $= 2\pi r^2$

సంపూర్ణతల వైశాల్యం $= 3\pi r^2$

ఘన పరిమాణము $= \frac{2}{3}\pi r^3$



వ్యాసార్ధము $= r$

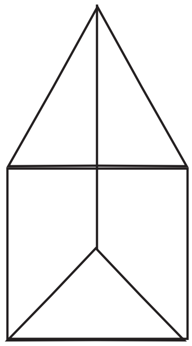
GRK

7. పట్టకము :

ప్రక్కతల వైశాల్యం = భూపరిధి × ఎత్తు

సంపూర్ణతల వైశాల్యం = ప్రక్కతల వైశాల్యం + 2 × వైశాల్యం

ఘన పరిమాణము = భూ వైశాల్యం × ఎత్తు

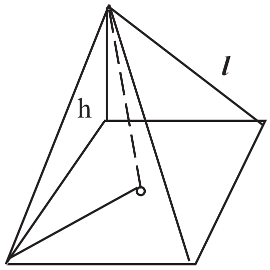


8. పిరమిడ్ :

ప్రక్కతల వైశాల్యం = $\frac{1}{2}$ (భూపరిధి) × ఏటవాలు ఎత్తు

సంపూర్ణతల వైశాల్యం = ప్రక్కతల వైశాల్యం + భూ వైశాల్యం

ఘన పరిమాణము = $\frac{1}{3}$ (భూ వైశాల్యం) × ఎత్తు



SOLVED PROBLEMS

1. పొడవు 15 సెం.మీ, వెడల్పు 12 సెం.మీ మరియు ఎత్తు 10 సెం.మీ కొలతలుగా గల దీర్ఘఘనం సంపూర్ణతల వైశాల్యం ఎంత?

ఎ) $1000cm^2$ బి) $900cm^2$ సి) $800cm^2$ డి) $700cm^2$

సాధన : $l = 15cm, b = 12cm, h = 10cm$

దీర్ఘఘనం సంపూర్ణతల వైశాల్యం $= 2(lb + bh + hl)$

$= 2(15 \times 12 + 12 \times 10 + 10 \times 15)$

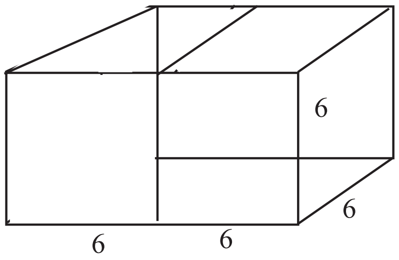
$= 2(450)$

$= 900cm^2$

2. ప్రతి భుజము $6cm$ గా గల రెండు సమ ఘనాలను పటములో చూపిన విధముగా జత చేయబడినవి. కొత్తగా ఏర్పడిన దీర్ఘఘనం సంపూర్ణతల వైశాల్యం ఎంత?

ఎ) $260cm^2$ బి) $280cm^2$ సి) $360cm^2$ డి) $380cm^2$

సాధన :



GRK

$\therefore l = 6 + 6 = 12cm$

$b = 6cm$

$h = 6cm$

సంపూర్ణతల వైశాల్యం $= 2(lb + bh + hl)$

$= 2(12 \times 6 + 6 \times 6 + 6 \times 12)$

$= 2(180)$

$= 360cm^2$

3. ప్రమీల 1మీ ×2మీ×1.5మీ కొలతలు గల పెట్టెకు రంగు వేసింది. పెట్టె యొక్క పైముఖము, అడుగు ముఖము మినహాయించి మిగిలిన ముఖముల వైశాల్యముల మొత్తం ఎంత?

ఎ) $6m^2$ బి) $9m^2$ సి) $12m^2$ డి) $15m^2$

సాధన : మిగిలిన ముఖముల వైశాల్యం = ప్రక్కతల వైశాల్యం

$= 2h(l + b)$

$= 2 \times 1.5(1 + 2)$

$= 3 \times 3$

$= 9m^2$

4. ఒక నీళ్ళ ట్యాంక్ 1.4 మీ పొడవు, 1 మీ వెడల్పు మరియు 0.7 మీ లోతు కలిగిన దీర్ఘఘనాకృతిలో ఉన్నది. ట్యాంక్ యొక్క ఘన పరిమాణం లీటర్లలో కనుగొనుము.

ఎ) 1000 లీటర్లు బి) 980 లీటర్లు సి) 900 లీటర్లు డి) 1080 లీటర్లు

సాధన : ట్యాంక్ ఘనపరిమాణం $= lbh$

$= 1.4 \times 1 \times 0.7$

$= 0.98$ మీ^{3}

= 0.98×1000 లీటర్లు

= 980 లీటర్లు

5. ఒక పెట్టె కొలతలు 1.8 మీ × 90 సెం.మీ × 60 సెం.మీ. పెట్టెలో అమర్చే సబ్బు యొక్క కొలతలు 6 సెం.మీ × 4.5 సెం.మీ × 40 మి.మీ. సబ్బులు అమర్చిన తరువాత పెట్టెలో ఏ విధమైన ఖాళీ స్థలం మిగలలేదు. అయిన ఆ పెట్టెలో అమర్చగల సబ్బుల సంఖ్య ఎంత?

ఎ) 9000 బి) 10,000 సి) 9500 డి) 10,500

సాధన :

$$\text{సబ్బుల సంఖ్య} = \frac{\text{పెట్టె ఘనపరిమాణం}}{\text{ఒక్కొక్క సబ్బు ఘనపరిమాణం}}$$

$$= \frac{1.8\ \text{మీ} \times 90\text{సెం.మీ} \times 60\text{సెం.మీ}}{6\text{సెం.మీ} \times 4.5\text{సెం.మీ} \times 40\text{మి.మీ}}$$

$$= \frac{180\text{సెం.మీ} \times 90\text{సెం.మీ} \times 60\text{సెం.మీ}}{6\text{సెం.మీ} \times 4.5\text{సెం.మీ} \times 4\text{సెం.మీ}}$$

$$= \frac{180 \times 90 \times 60}{6 \times 4.5 \times 4}$$

$= 9000$

6. ఒక దీర్ఘఘనము యొక్క పొడవు వెడల్పుకు రెట్టింపు. ఎత్తు దాని పొడవుకు రెట్టింపు అయిన దీర్ఘఘన ఘనపరిమాణం ఎంత ? (పొడవు= x)

ఎ) x ఘ॥యూ॥ బి) x^2 ఘ॥యూ॥ సి) $8x^3$ ఘ॥యూ॥ డి) $4x^3$ ఘ॥యూ॥

సాధన : $l = x$

$\therefore b = \frac{x}{2}$

$\therefore h = 2x$

$\therefore$ ఘనపరిమాణం $= lbh$

GRK

$= x \times \frac{x}{2} \times 2x$

$= x^3$. ఘ॥ యూ॥

7. **ఒక రిజర్వాయర్‌లోకి నిమిషముకు 60 లీ॥ నీరు పంపు చేయబడుచున్నది. ఆ రిజర్వయరు ఘనపరిమాణం 108 ఘ॥మీ॥ అయిన ఆ రిజర్వాయర్ నింపుటకు ఎన్ని గంటల సమయం పడుతుంది?**

ఎ) 25 గం॥ బి) 28 గం॥ సి) 30 గం॥ డి) 33 గం॥

సాధన : రిజర్వాయర్ ఘన పరిమాణం $= 108 m^3$

$= 108 \times 1000$ లీ

60 లీ॥ నింపుటకు పట్టు సమయం = 1 నిమిషం

$\therefore$ మొత్తం నీరు నింపుటకు పట్టు సమయం $= \frac{108 \times 1000}{60}$ ని॥

= 18×100 ని॥

$= \frac{18 \times 100}{60}$ గం॥ = 30 గం॥

GRK

8. **8 మీ॥ ×22.5సెం.మీ ×6 మీ కొలతలు గా గల ఒక గోడను నిర్మించుటకు 25 సెం.మీ ×11.25 సెం.మీ×6 సెం.మీ. కొలతలు గల ఇటుకలు ఎన్ని అవసరము?**

ఎ) 3200 బి) 4400 సి) 5600 డి) 6400

సాధన :

కావలసిన ఇటుకల సంఖ్య $= \frac{\text{గోడ ఘన పరిమాణం}}{\text{ఇటుక ఘన పరిమాణం}}$

$= \frac{800 \times 22.5 \times 600}{25 \times 11.25 \times 6} = 6400$

9. **ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకార కాగితము $11 cm \times 4 cm$ కొలతలు కలిగియుంది. దానిని అంచులు అధ్యారోహణము చెందకుండా ఉండే విధముగా, $4 cm.$ ఎత్తు కల్గిన స్థూపముగా మలిస్తే, స్థూపము యొక్క ఘనపరిమాణము ఎంత?**

ఎ) $37.5 cm^3$ బి) $39.5 cm^3$ సి) $38.5 cm^3$ డి) $35.7 cm^3$

సాధన : కాగితమును , స్థూపంగా మార్చిన,

పొడవు = భూ పరిధి

$\therefore 2\prod r = 11$

$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times r = 11$

$$\Rightarrow r=\frac{11}{2}\times\frac{7}{22}=\frac{7}{4}cm$$

ఎత్తు, $h=4cm$

స్థూపం ఘన పరిమాణం $=\prod r^2h$

$$=\frac{22}{7}\times\frac{7}{4}\times\frac{7}{4}\times 4$$

$$=\frac{77}{2}=38.5cm^3$$

10. ఒక శంఖువు ఆకృతిలో ఉన్న పాత్ర భూవ్యాసం 10 మీ॥ మరియు ఏటవాలు ఎత్తు 13 మీ॥ కలిగివుంది. దానిలో నీరు నిమిషానికి 1.74 ఘనపు మీటర్లు చొప్పున నింపబడుతుంది. అయితే పాత్రను నింపటానికి పట్టే కాలం ఎంత?

ఎ) 2 గం॥ బి) 3 గం॥ సి) 4 గం॥ డి) 5 గం॥

సాధన : $r=\frac{10}{2}=5m$

$l=13m$

$l^2=h^2+r^2$

$\Rightarrow h^2=l^2-r^2$

$\Rightarrow h=\sqrt{l^2-r^2}$

$=\sqrt{(13)^2-(5)^2}$

$=\sqrt{169-25}$

$=\sqrt{144}$

$=12m$

GRK

పాత్ర ఘనపరిమాణం $=\frac{1}{3}\prod r^2h$

$$=\frac{1}{3}\times\frac{22}{7}\times 5\times 5\times 12$$

$$=314.285m^3$$

1 నిమిషంలో నింపు భాగం $=1.74m^3$

$\therefore$ మొత్తం నింపుటకు పట్టు సమయం $=\frac{314.285}{1.74\times 60}$ గం॥

= 3 గం॥

11. 15*cm.* అంతర వ్యాసార్థముగా గల అర్ధ గోళాకార పాత్రలో ద్రవము నింపబడినది. ఆ ద్రవమును 5*cm.* వ్యాసము మరియు 6*cm.*ఎత్తు గల స్థూపాకార సీసాలో నింపారు. పాంత్రంలోని ద్రవమును నింపడానికి కావలసిన సీసాల సంఖ్య –

ఎ) 50 బి) 60 సి) 70 డి) 80

సాధన : అర్ధగోళాకార ద్రవం ఘ.ప. = స్థూపాకార సీసాల ఘ.ప. (సీసాల సంఖ్య = n అనుకొనిన)

$$\frac{2}{3}\prod r^3 = n\times\prod r^2h$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}\times 15\times 15\times 15 = n\times\frac{5}{2}\times\frac{5}{2}\times 6$$

$$\Rightarrow n = \frac{2}{3}\times 15\times 15\times 15\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{6} = 60$$

$\therefore$ సీసాల సంఖ్య = 60.

12. 44*cm.* భుజము కొలతగా గల ఒక సీసపు ఘనమును 4*cm.* వ్యాసయం గల ఎన్ని గోళాకార బంతులుగా మార్చవచ్చు?

ఎ) 2540 బి) 2541 సి) 2545 డి) 4525

సాధన :

బంతుల సంఖ్య = $\dfrac{\text{ఘనం ఘ.ప.}}{\text{గోళం ఘ.ప.}}$

$$= \frac{44\times 44\times 44}{\frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times 2\times 2\times 2} = \frac{44\times 44\times 44}{2\times 2\times 2}\times\frac{3}{4}\times\frac{7}{22} = 2541$$

GRK

LEVEL-1

1. $30m\times 24m\times 18m$ కొలతలు గల గది నందు ఉంచగల అతి పెద్ద స్థంబము పొడవు –

ఎ) $30\sqrt{2}m$ బి) $40\sqrt{2}m$ సి) $45\sqrt{2}m$ డి) $49\sqrt{2}m$

2. $20m\times 2m\times 0.75m$ కొలతలు గల గోడ నిర్మాణానికి $20cm\times 10cm\times 7.56cm$ కొలతలు గల ఎన్ని ఇటుకలు కావాలి? [ ]

ఎ) 25,000 బి) 20,000 సి) 15,000 డి) 10,000

3. రెండు శంఖువుల ఎత్తుల నిష్పత్తి **1:4** మరియు వాటి వ్యాసాల నిష్పత్తి **4:5** అయిన వాటి ఘనపరిమాణాల నిష్పత్తి ఎంత? [ ]

ఎ) 4:25 బి) 25:4 సి) 29:27 డి) 28:25

4. $10m$ వ్యాసం గల రెండు గొళాలను కరిగించి ఒక శంఖువుగా మలచిరి. శంఖువు ఎత్తు భూ వ్యాసార్ధానికి సమానం అయిన శంఖువు ఎత్తు ఎంత? [ ]

ఎ) $20m$ బి) $30m$ సి) $10m$ డి) $15m$

5. ఒక స్థూపాకార పాత్ర భూ పరిధి $6\prod cm$. స్థూపం ఎత్తు భూ వ్యాసానికి సమానం అయిన ఆ పాత్రనందు ఎన్ని లీటర్ల నీటిని నింపవచ్చు. [ ]

ఎ) $54\prod cc$ బి) $36\prod cc$ సి) $0.054\prod cc$ డి) $0.54\prod cc$

6. $16cm$ వ్యాసం, $2cm$ ఎత్తు గల ఒక స్థూపాన్ని కరిగించి, ఒకే పరిమాణము గల 12 గోళాలుగా మార్చిన, గోళ వ్యాసము ఎంత? [ ]

ఎ) $2cm$ బి) $4cm$ సి) $3cm$ డి) $\sqrt{3}cm$

7. రెండు గోళాలు వ్యాసార్ధాల నిష్పత్తి 4:7 అయిన వాటి ఘనపరిమాణాల నిష్పత్తి [ ]

ఎ) 4:7 బి) 64:343 సి) 49:16 డి) ఏదీ కాదు.

8. ఒక శంఖువు యొక్క ఏటవాలు ఎత్తు $13cm$ మరియు ఎత్తు $5m$ అయిన శంఖువు వక్రతల వైశాల్యం ఎంత? [ ]

ఎ) $490.28m^2$ బి) $288.28m^2$ సి) $450m^2$ డి) $200m^2$

9. $1cm^3, 216cm^3$ మరియు $512cm^3$ ఘన పరిమాణాలు గల మూడు ఘనములను కరిగించి ఒకే ఘనముగా మలచిన ఆ ఘనము యొక్క కర్ణము పొడవు ఎంత ? [ ]

GRK

ఎ) 15.6 cm బి) 16.6 cm సి) 17.6 cm డి)18.6 cm

10. ఒక పట్టకము భూమి లంబకోణ త్రిభుజం. త్రిభుజంలో లంబకోణాన్ని ఏర్పరుచు భుజాల పొడవులు $10cm$ మరియు $12cm$, పట్టకం ఎత్తు $20cm$ మరియు పట్టకం పదార్ధ సాంద్రత $6gm$/ఘ.సెం.మీ. అయిన పట్టకు బరువు ఎంత? [ ]

ఎ) 6.4 కె.జీ బి) 7.2 కె.జీ సి) 3.4 కె.జీ డి) 4.8 కె.జీ

LEVEL-2

1. ఒక గోళము యొక్క వ్యాసార్థము $2r$ అయిన దాని ఘన పరిమాణం [ ]

ఎ) $\frac{4}{3}\prod r^3$ బి) $4\prod r^3$ సి) $\frac{8\prod r^3}{3}$ డి) $\frac{32}{3}\prod r^3$

2. ఒక సమఘనం యొక్క సంపూర్ణతల వైశాల్యం $96cm^2$ అయిన ఘన పరిమాణం [ ]

ఎ) $8cm^3$ బి) $512cm^3$ సి) $64cm^3$ డి) $27cm^3$

3. $8.4cm$ ఎత్తు మరియు $2.1cm$ను వ్యాసార్థము గల ఒక శంఖువును కరిగించి గోళముగా పోత పోసిన గోళము వ్యాసార్థం – [ ]

ఎ) $4.2cm$ బి) $2.1cm$ సి) $2.4cm$ డి) $1.6cm$

4. ఒక స్థూపము వ్యాసార్థము రెట్టింపు చేసి, ఎత్తును సగానికి తగ్గించిన స్థూపం వక్రతల వైశాల్యం - అవుతుంది. [ ]

ఎ) సగం బి) రెట్టింపు సి) మొదటిదే డి) 4 రెట్లు

5. వ్యాసార్థం $\frac{r}{2}$,ఏటవాలు ఎత్తు $2l$ గల శంఖువు ఉపరితల వైశాల్యం - [ ]

ఎ) $2\prod r(l+r)$ బి) $\prod r(l+\frac{r}{4})$ సి) $\prod r(l+r)$ డి) $2\prod rl$

6. రెండు స్థూపాల వ్యాసార్థాల నిష్పత్తి 2:3 మరియు వాని ఎత్తుల నిష్పత్తి 5:3 అయిన వాటి ఘనపరిమాణాల నిష్పత్తి - [ ]

ఎ) 10:17 బి) 20:27 సి) 17:27 డి) 20:37

7. ఒక ఘనము యొక్క ప్రక్కతల వైశాల్యం $256m^2$ అయిన దాని ఘన పరిమాణం [ ]

ఎ) $512m^3$ బి) $64m^3$ సి) $216m^3$ డి) $256m^3$

8. 16 మీ పొడవు, 12 మీ వెడల్పు మరియు 4 మీ లోతు గల గొయ్యి నందు $4m \times 50cm \times 20cm$ కొలతలు గల ఎన్ని పలకలు ఉంచగలము? [ ]

ఎ) 1900 బి) 1920 సి) 1800 డి) 1840

9. $10m \times 10m \times 5m$ కొలతలు గల గదినందు ఉంచగల అతి పెద్ద కర్ర యొక్క పొడవు-

ఎ) $15m$ బి) $16m$ సి) $10m$ డి) $12m$ [ ]

10. ఒక అర్ధగోళాకార బెలూన్‌ను గాలితో నింపడము వలన దాని వ్యాసార్థం $6cm$ నుండి $12cm$కు మారినది. అయిన ఆ బెలూన్ నందు గాలి నింపక ముందు, నింపిన తరువాత దాని ఉపరితల వైశాల్యాల నిష్పత్తి ఎంత? [ ]

ఎ) 1:4 బి) 1:3 సి) 2:3 డి) 2:1

LEVEL-3

1. $5cm$ భుజము గల ఒక సమఘనమును వీలయినన్నీ $1cm$ భుజం గల ఘనములుగా కత్తిరించిన మొదటి పెద్ద సమఘనానికి మరియు కత్తిరించిన అన్ని చిన్న సమఘనాల యొక్క మొత్తం ఉపరితల వైశాల్యాల నిష్పత్తి ఎంత? [ ]

ఎ) 1:6 బి) 1:5 సి) 1:25 డి) 1:125

2. ఒక దీర్ఘ ఘనాకార పెట్టె మూడు కొలతల మొత్తం మరియు ఉపరితల వైశాల్యం వరుసగా $12cm$ మరియు $96cm^2$ అయిన ఆ పెట్టెనందు ఉంచగల అతి పెద్ద కర్ర పొడవు -

ఎ) $5\sqrt{2}cm$ బి) $5cm$ సి) $6cm$ డి) $2\sqrt{5}cm$ [ ]

GRK

3. **ఒక దీర్ఘ ఘనము యొక్క పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తుల మొత్తం $25cm$ మరియు దాని కర్ణము పొడవు $15cm$ అయిన ఆ దీర్ఘఘనం సంపూర్ణతల వైశాల్యం ఎంత?** [ ]

ఎ) $500cm^2$ బి) $700cm^2$ సి) $800cm^2$ డి) $400cm^2$

4. **14 డెకా మీటర్ల భూ వ్యాసము గల ఒక స్థూపాకార పాత్రనందు 2310 లీటర్ల నీటితో నింపబడినది. ఆ పాత్రనందు 1 లీటరు నీరు 1000 ఘన సెం.మీ. స్థలం ఆక్రమించిన, ఆ పాత్ర ఎత్తు ఎంత?** [ ]

ఎ) 15 డెకా మీటర్లు బి) 16 డెకా మీటర్లు

సి) 17 డెకా మీటర్లు డి) 18 డెకా మీటర్లు

5. **ఒక స్థూపాకార ట్యాంక్ వ్యాసం 24.5 మీ॥ మరియు లోతు 32 మీ అయిన ట్యాంక్ నందు ఎన్ని మెట్రిక్ టన్నుల నీరు నింపగలము? (1 ఘన మీ. నీటి బరువు 1000 కె.జీ)**

ఎ) 15091 బి) 15092 సి) 15093 డి) 15094 [ ]

6. **13 సెం.మీ బాహ్య మరియు 10 సెం.మీ అంతర వ్యాసాలు గల ఒక ఇనుప స్థూపం నందు 1 ఘన సెం.మీ ఇనుము బరువు 8 గ్రా॥ అయిన ఆ స్థూపం బరువు ఎంత?** [ ]

ఎ) $8.016kg$ బి) $5.016kg$ సి) $6.016kg$ డి) $7.016kg$

7. **$30cm$ ఎత్తు గల ఒక శంఖువు పై భాగంలో భూమికి సమాంతర తలము ఉండునట్లు ఒక చిన్న శంఖువు కత్తిరించబడినది. చిన్న శంఖువు ఘన పరిమాణం పెద్ద శంఖువు ఘన పరిమాణంలో $\frac{1}{27}$ వ వంతు అయిన ఆ చిన్న శంఖువు పెద్ద శంఖువు భూమి నుండి ఎంత ఎత్తులో కత్తిరించబడినది?** [ ]

GRK

ఎ) $6cm$ బి) $8cm$ సి) $10cm$ డి) $20cm$

8. **7సెం.మీ వ్యాసార్థం గల ఒక స్థూపాకార పైపు గుండా సెకనుకు 5 మీ. వేగంతో నీరు ప్రవహించు చున్నది. ఇదే రీతిన ప్రవహిస్తే $3m \times 5m \times 1.54m$ కొలతలు ఒక ఖాళీ ట్యాంకు నింపుటకు ఎంత సమయం పడుతుంది? $\left(\Pi = \frac{22}{7}\right)$** [ ]

ఎ) 6 ని॥ బి) 5 ని॥ సి) 10 ని॥ డి) 9 ని॥

9. **24 మీ. భూవ్యాసము గల ఒక స్థూపాకార పాత్ర కొంత మేర నీటితో నింపబడి ఉన్నది. దీని యందు 6 సెం.మీ వ్యాసార్థము గల ఒక ఘన గోళము వేసిన పాత్రలోని నీరు ఎంత ఎత్తు పెరుగును.** [ ]

ఎ) $1.5cm$ బి) $2cm$ సి) $3cm$ డి) $4.2cm$

10. **10 మీ॥లోతు, 100 మీ॥ వెడల్పు గల ఒక నది ప్రవాహ వేగం 4.5 కి.మీ/గం॥ అయిన ఒక సెకనులో నది నుండి సముద్రంలోనికి ప్రవహించు నీటి పరిమాణం ఎంత?**

ఎ) $1200m^3$ బి) $1250m^3$ సి) $1300m^3$ డి) $1350m^3$ [ ]

క్షేత్రమితి - KEY

LEVEL - 1

1	B
2	A
3	C
4	A
5	A
6	B
7	A
8	B
9	A
10	C
11	D
12	B
13	D
14	B
15	C
16	D
17	B
18	A
19	C
20	D
21	C
22	C
23	A
24	A
25	D

LEVEL - 2

1	C
2	B
3	C
4	B
5	A
6	C
7	B
8	A
9	B
10	C
11	B
12	A
13	C
14	A
15	B
16	A
17	B
18	D
19	B
20	C
21	C
22	B
23	B
24	C
25	A

LEVEL - 3

1	C
2	A
3	B
4	D
5	D
6	D
7	D
8	A
9	B
10	B
11	B
12	B
13	D
14	D
15	B

GRK

త్రిమితీయ పటాల ఉపరితల వైశాల్యాలు – ఘనపరిమాణాలు

KEY

LEVEL - 1

1	A
2	B
3	A
4	C
5	A
6	B
7	B
8	A
9	A
10	B

LEVEL - 2

1	D
2	C
3	B
4	C
5	B
6	B
7	A
8	B
9	A
10	A

LEVEL - 3

1	B
2	A
3	D
4	A
5	B
6	B
7	D
8	B
9	B
10	B

10. సాంఖ్యక శాస్త్రము

కీలక భావనలు

* సాంఖ్యక శాస్త్ర పితామహుడు – సర్ రోనాల్డ్ అయిల్మర్ ఫిషర్ (Sir Ronald Aylmer Fisher) (ది.17-02-1890 నుండి 29-07-1962) బ్రిటీష్ సాంఖ్యక శాస్త్రవేత్త.

* భారతీయ సాంఖ్యక శాస్త్ర పితామహుడు – P.C. మహాలనోబిస్

* "స్టాటిస్టిక్స్" పదానికి మూలం – స్టాటిస్టికా – Statistica (లాటిన్, ఇటాలియన్)
  స్టాటిస్టిక్ – Statistik (జర్మన్)
  స్టాటిస్టిక్స్ – Statistiques (ఫ్రెంచ్)

* **సాంఖ్యక శాస్త్ర పదాన్ని, ఏక వచన భావనలో ఒక శాస్త్ర విభాగం గానూ, కొన్ని పద్ధతులతోనూ, ప్రక్రియలతోనూ రూపొందించబడిన విభాగం గానూ పరిగణిస్తారు; బహువచనంలో ఏదైనా విషయ పరిశీలనలో కొన్ని షరతుల మేరకు సేకరించిన దత్తాంశాన్ని, దాని నుంచి సాంఖ్యక శాస్త్ర పద్ధతుల ద్వారా రాబట్టిన ఫలితాలను లేదా నిర్ణయాలను సాంఖ్యక దత్తాంశం (సాంఖ్యక వివరాలు) గా పరిగణిస్తారు.**

* సాంఖ్యక శాస్త్రం – దత్తాంశ సేకరణ, విశ్లేషణ మరియు వివరణలకు ఉపయోగపడే గణిత శాస్త్ర విభాగం

GRK

* దత్తాంశం యొక్క అర్థం 'సమాచారం'

* దత్తాంశం – ఏదైనా ఒక విషయానికి సంబంధించి సంఖ్యలు, పదాల రూపంలో సేకరించబడిన సమాచారం. ఈ సంఖ్యలు లేదా సంజ్ఞలను రాశులు లేదా పరిశీలనాంశాలు అంటారు.

* సాంఖ్యక దత్తాంశంలోని రకాలు – 1. ప్రాథమిక దత్తాంశం
  2. గౌణ దత్తాంశం

* ప్రాథమిక దత్తాంశం – ఒక పరిశీలకుడు ఒక నిర్దిష్ట ప్రణాళికతో ఏదైనా విషయాన్ని గురించి సేకరించబడిన దత్తాంశమును "ప్రాథమిక దత్తాంశం" అంటారు.

* గౌణ దత్తాంశం – ఒక పరిశీలకుడు సేకరించిన దత్తాంశాన్ని, మరొక పరిశీలకుడు తన అధ్యయానికి ఉపయోగించినచో, దానిని "గౌణ దత్తాంశం" అంటారు.

* అవర్గీకృత (ముడి) దత్తాంశం – ఏదైనా విషయానికి సంబంధించి సేకరించిన దత్తాంశాన్ని ఎటువంటి వర్గీకరణ, విశ్లేషణ చేయకుండా యధాతథంగా తీసుకొంటే, దానిని "అవర్గీకృత (ముడి) దత్తాంశం" అంటారు.

* **అవర్గీకృత దత్తాంశాన్ని ఆరోహణ లేదా అవరోహణ క్రమంలో అమర్చినచో, దానిని "శ్రేణి (array)" అంటారు.**

* **వ్యాప్తి** - ఒక దత్తాంశంలోని గరిష్ట మరియు కనిష్ట విలువల భేదాన్ని, ఆ దత్తాంశ "వ్యాప్తి" అంటారు. వ్యాప్తి (Range) = గరిష్ట విలువ - కనిష్ట విలువ.
* **వర్గీకృత దత్తాంశం** - దత్తాంశ స్వభావాన్ని పరిశీలించే నిమిత్తం, దత్తాంశాన్ని కొన్ని సమూహాలుగా విభజించినచో, దానిని "వర్గీకృత దత్తాంశం" అంటారు.
* **పౌనఃపున్యం** - ఒక తరగతిలోని పరిశీలనాంశాల సంఖ్యను లేదా ఒక దత్తాంశంలో ఒక అంశం ఎన్ని సార్లు పునరావృతమైనదో తెలుపు సంఖ్యను, ఆ తరగతి లేదా అంశం యొక్క "పౌనఃపున్యం అంటారు.
* **పౌనఃపున్య విభాజనం** - ఒక దత్తాంశంలోని ప్రతి అంశం (తరగతి) యొక్క పౌనఃపున్యాన్ని చూపుతూ అమర్చిన పట్టికను "పౌనఃపున్య విభాజనం" అంటారు.
* **వర్గీకృత దత్తాంశమునకు సంబంధించి రెండు రకాల పౌనఃపున్య విభాజనములు కలవు**

  అవి, 1. విలీన రూపం (విచ్ఛిన్న రూపం) 2. మినహాయింపు రూపం (అవిచ్ఛిన్న రూపం)
* **విలీన రూపం (విచ్ఛిన్న రూపం)** - ఒక పౌనఃపున్య విభాజనంలో ప్రతి తరగతి యొక్క ఎగువ అవధి. దానిలో విలీనం చేస్తే (కలిపితే), దానిని "విలీన రూప పౌనఃపున్య విభాజనం" అంటారు. దీని తరగతులను విలీన తరగతులు అంటారు. ఉదా:- 1-10,11-20,21-30,.......

GRK

* **మినహాయింపు రూపం (అవిచ్ఛిన్న రూపం)** - ఒక పౌన:పున్య విభాజనంలో ప్రతి తరగతి యొక్క ఎగువ అవధిని దాని నుండి మినహాయిస్తే, దానిని "మినహాయింపు రూప పౌనఃపున్య విభాజనం" అంటారు. దీని తరగతులను "మినహాయింపు తరగతులు" అంటారు. ఉదా :- 0-10, 10-20, 20-30, ..
* **తరగతుల సంఖ్య** $= \dfrac{\text{వ్యాప్తి}}{\text{తరగతి అంతరం}}$
* **తరగతి అవధులు** - ఒక తరగతి యొక్క కనిష్ట, గరిష్ట విలువలను వరుసగా ఆ తరగతి యొక్క దిగువ, ఎగువ అవధులు అంటారు.

  ఉదా:- 35-44 తరగతిలో, దిగువ అవధి 35 మరియు ఎగువ అవధి 44
* **తరగతి హద్దు** - రెండు వరుస తరగతుల ఎగువ, దిగువ అవధుల సరాసరిని వరుసగా ఆ రెండు తరగతుల ఎగువ, దిగువ హద్దు అంటారు.

  మొదటి తరగతి ఎగువ హద్దు లేదా రెండవ తరగతి దిగువ హద్దు $= \dfrac{\text{మొదటితరగతి ఎగువఅవధి} + \text{రెండవతరగతి దిగువ ఆవధి}}{2}$
* **తరగతి మార్కు లేదా మధ్య విలువ** - ఒక తరగతి యొక్క అవధుల లేదా హద్దుల సరాసరిని, ఆ "తరగతి యొక్క మార్కు లేదా మధ్య విలువ"అంటారు.

తరగతి మార్కు లేదా మధ్య విలువ $= \dfrac{\text{దిగువ అవధి (హద్దు) + ఎగువ అవధి (హద్దు)}}{2}$

✻ **తరగతి అంతరం లేదా పరిమాణం** – రెండు వరుస తరుగతుల దిగువ లేదా ఎగువ అవధుల (హద్దుల) భేదాన్ని లేదా మధ్య విలువల భేదాన్ని "తరగతి అంతరం" అంటారు. దీనిని 'h' తో సూచిస్తారు.

తరగతి అంతరం = రెండవ తరగతి దిగువ అవధి – మొదటి తరగతి దిగువ అవధి

= రెండవ తరగతి ఎగువ అవధి – మొదటి తరగతి ఎగువ అవధి

= రెండవ తరగతి దిగువ హద్దు – మొదటి తరగతి దిగువ హద్దు

= రెండవ తరగతి ఎగువ హద్దు – మొదటి తరగతి ఎగువ హద్దు

= రెండవ తరగతి మధ్య విలువ – మొదటి తరగతి మధ్య విలువ

✻ **ఒక తరగతి మధ్య విలువ "X', దిగువ అవధి (హద్దు)L మరియు ఎగువ అవధి (హద్దు)u అయిన,**

$$x = \frac{l+u}{2}$$

$$\Rightarrow l = 2x - u$$

$$\Rightarrow u = 2x - l$$

GRK

✻ **ఒక తరగతి మధ్య విలువ "x' మరియు తరగతి అంతరం h' అయిన, దిగువ హద్దు, $l = x - \dfrac{h}{2}$ మరియు ఎగువ హద్దు, $u = x + \dfrac{h}{2}$.**

✻ **దత్తాంశ ప్రదర్శన** – 1. కమ్మీ రేఖా చిత్రాలు 2. పట చిత్రాలు. 3.వృత్త రేఖా చిత్రాలు 4. హిస్టోగ్రామ్‌లు 5. పౌనఃపున్య బహుభుజి 6.పౌనఃపున్య వక్రాలు 7. సంచిత పౌనఃపున్య వక్రాలు (ఓ జీవ్ వక్రాలు)

✻ **కేంద్రీయస్థాన విలువ** – ఒక దత్తాంశంలోని పరిశీలనాంశాలన్నింటినీ ప్రాతినిధ్య పరిచే విలువను, ఆ దత్తాంశం యొక్క కేంద్రీయ స్థాన విలువ అంటారు.

✻ **సాధారణంగా ఉపయోగిస్తున్న కేంద్రీయ స్థాన విలువలు** – 1.అంకగణిత సగటు 2. మధ్యగతం 3. బాహుళకం.

అవర్గీకృత దత్తాంశానికి కేంద్రీయ స్థాన విలువలు:

I **సగటు :** దత్తాంశంలోని రాశుల సరాసరి విలువను సగటు అంటారు.

అంకగణిత సగటు, $\bar{x} = \dfrac{\text{రాశుల మొత్తం}}{\text{రాశుల సంఖ్య}}$

1. $x_1, x_2, x_3, ...x_n$ లు n రాశులైతే, అంకగణిత సగటు, (A.M,) , $\bar{x} = \dfrac{x_i + x_2 + x_3 + ... + x_n}{n} = \dfrac{\sum x_i}{n}$

2. $x_1, x_2, x_3, ...x_n$ రాశుల పౌనఃపున్యాలు వరుసగా $f_1, f_2, f_3........f_n$ అయితే,

అంకగణిత సగటు, (A.M,) , $\bar{x} = \dfrac{f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + ... + f_nx_n}{f_1 + f_2 + f_3 + ...f_n} = \dfrac{\sum fx}{\sum f}, i.e, A.M, \bar{x} = \dfrac{\sum fx}{N}$ ఇచట

N= పౌనఃపున్యాలు మొత్తం.

3. $x_1, x_2, x_3, ...x_n$ రాశుల భారాలు వరుసగా $w_1, w_2, w_3, ...w_n$ అయితే, అంకగణిత సగటు, (A.M,) , $\bar{x}$ =

$$\frac{w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3 + ... + w_nx_n}{w_1 + w_2 + w_3 + ... + w_n} = \frac{\sum wx}{\sum w}$$

4. $x_1, x_2, x_3, ...x_n$ రాశుల యొక్క ఊహించిన అంకగణిత సగటు A అయితే, అంకగణిత సగటు, (A.M,) , $\bar{x}$ =

$A + \dfrac{\sum (x - A)}{n}$ (విచలన పద్ధతి).

GRK

Note; $x_1, x_2, x_3, ...x_n$ రాశుల సగటు $\bar{x}$, K ఏదైనా శూన్యేతర స్థిరాంకం అయితే

I) $x_1 + K, x_2 + K, x_3 + K........x_n + K$ ల సగటు $\bar{x} + K$

II) $x_1 - K, x_2 - K, x_3 - K, ...x_n - K$ ల సగటు $\bar{x} - K$

III) $Kx_1, Kx_2, Kx_3, ...Kx_n$ సగటు $K\bar{x}$

IV) $\dfrac{x_1}{K}, \dfrac{x_2}{K}, \dfrac{x_3}{K}, ..., \dfrac{x_n}{K}$ ల సగటు $\dfrac{\bar{x}}{K}$ అవుతుంది.

II **మధ్యగతం :** ఒక దత్తాంశంలోని రాశులను ఆరోహణ లేదా అవరోహణ క్రమంలో అమర్చినపుడు, వానిలోని ఖచ్చితంగా మధ్య రాశిని మధ్యగతం అంటారు.

1. ఒక దత్తాంశంలో n రాశులు ఉంటే,

I) n సరిసంఖ్య అయినపుడు, మధ్యగతం (M) = $\dfrac{\frac{n}{2} \text{ వ రాశి } + (\frac{n}{2} + 1) \text{ వ రాశి}}{2}$

II) n బేసి సంఖ్య అయినపుడు, మధ్యగతం (M) = $\left(\dfrac{n+1}{2}\right)$ వ రాశి

III) **బహుళకం** – ఒక దత్తాంశంలో, ఎక్కువసార్లు పునరావృతమయ్యే రాశిని బాహుళకం అంటారు.

1) ఒక దత్తాంశానికి బాహుళకం ఉండవచ్చు లేదా ఉండక పోవచ్చు

2) ఒక దత్తాంశానికి బాహుళకం ఉంటే, ఒక బాహుళకం ఉండవచ్చు లేదా ఒకటి కంటే ఎక్కువ బాహుళకాలు ఉండవచ్చు

3) ఒకే ఒక బాహుళకం కలిగిన దత్తాంశాన్ని ఏక బాహుళక దత్తాంశం అంటారు.

4) రెండు బాహుళకాలు కలిగిన దత్తాంశాన్ని ద్వి బాహుళక దత్తాంశం అంటారు.

5) మూడు బాహుళకాలు కలిగిన దత్తాంశాన్ని త్రి బాహుళక దత్తాంశం అంటారు.

6) మూడు,అంతతకంటే బాహుళకాలు కలిగిన దత్తాంశాన్ని బహు బాహుళక దత్తాంశం అంటారు.

అనుభావిక సంబంధం : బాహుళకం = 3 × మధ్యగతం – 2 × సగటు (ఇది ఏక బాహుళక దత్తాంశానికి మాత్రమే వర్తిస్తుంది)

Note;

1) మొదటి n సహజ సంఖ్యల సగటు $\frac{n+1}{2}$

2) మొదటి n సరి సహజ సంఖ్యల సగటు $n+1$

3) మొదటి n బేసి సహజ సంఖ్యల సగటు n

4) మొదటి n సహజ సంఖ్యల మధ్యగతం $\frac{n+1}{2}$

5) మొదటి n సరి సహజ సంఖ్యల మధ్యగతం $n+1$

6) మొదటి n బేసి సహజ సంఖ్యల మధ్యగతం n

7) మొదటి n సహజ సంఖ్యలకు బాహుళకం ఉండదు.

8) ఒక దత్తాంశంలోని అంశాలన్నీ సమాన సంఖ్యలో పునరావృతమైతే, ఆ దత్తాంశానికి బాహుళకం ఉండదు.

GRK

వర్గీకృత దత్తాంశానికి కేంద్రీయ స్థాన విలువలు:

I **సగటు :**

1) ప్రత్యక్ష పద్ధతిలో, సగటు, $\overline{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$ ఇచట f_i =తరగతి పౌనఃపున్యం

x_i = తరగతి మధ్య విలువ

$\sum f_i$ = పౌనఃపున్యాల మొత్తం

2) విచలన పద్ధతిలో, సగటు, $\overline{x}$ = a + $\frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$, ఇచట a =ఊహించిన సగటు

f_i =తరగతి పౌనఃపున్యం

x_i = తరగతి మధ్యవిలువ

$d_i = a$ నుండి x_i విచలనం = $x_i - a$

$\sum f_i$ = పౌనఃపున్యం మొత్తం.

3) సంక్షిప్త పద్ధతి (లేదా) సోపాన విచలన పద్ధతిలో సగటు, $\overline{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times h,$

a=ఊహించినసగటు

f_i = తరగతి పౌనఃపున్యం

u_i = a నుండి విచలనం = $\frac{x_i - a}{h}$

$\sum f_i$ = పౌనఃపున్యాల మొత్తం

h = తరగతి పొడవు.

II) **మధ్యగతం :**

1) మధ్యగతం, M $= l + \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \times h,$ l =మధ్యగత తరగతి దిగువ హద్దు

GRK

n = పౌనఃపున్యాల మొత్తం

cf =మధ్యగత తరగతికి ముందున్న తరగతి సంచిత పౌన:పున్యం

f= మధ్యగత తరగతి పౌనఃపున్యం

h = తరగతి పొడవు

III) **బహుళకం :**

1) బాహుళకం, $Z = l + \frac{f_i - f_o}{2f_1 - f_0 - f_2} xh,$ l =బహుళక తరగతి దిగువ హద్దు

f_1 = బాహుళక తరగతి పౌనఃపున్యం

f_0 =బాహుళక తరగతి కి ముందు తరగతి పౌనఃపున్యం

f_2 = బాహుళక తరగతికి తర్వాత తరగతి పౌనఃపున్యం

h = తరగతి పొడవు

Note

1) దత్తాంశంలోని అన్ని రాశులను పరిగణనలోనికి తీసుకొనే కేంద్ర స్థాన కొలత సగటు.

2) అత్యల్ప, అత్యధిక విలువల మధ్య వ్యత్యాసం ఎక్కువగా ఉన్నపుడు, తీసుకోవలసిన కేంద్ర స్థానపు కొలత మధ్యగతం.

ఇది అత్యల్ప, అత్యధిక విలువలపై ఆధారపడదు.

3) సగటు దత్తాంశమునకు ఏకైకం, దత్తాంశమంతటికి ప్రాతినిధ్యం వహిస్తుంది.

4) సగటును కనుగొనుటకు తరగతి మధ్య విలువ (మార్కు) లను ఉపయోగిస్తారు.

5) మధ్యగతమును కనుగొనుటకు సంచిత పౌనఃపున్యాలను ఉపయోగిస్తారు.

✳ పౌనఃపున్య బహుభుజి లేదా వక్రం గీయునపుడు X - అక్షంపై తరగతి మధ్య విలువ (మార్కు)లను, Y- అక్షంపై వాటి అనురూప పౌనఃపున్యాలను తీసుకొంటారు.

✳ హిస్టోగ్రామ్ గీయునపుడు X - అక్షంపై తరగతి అంతరాలను, Y- అక్షంపై వాటి అనురూప పౌనఃపున్యాలను తీసుకొంటారు.

✳ ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య వక్రాన్ని గీయునపుడు X - అక్షంపై ఎగువ హద్దులను, Y- అక్షంపై వాటి అనురూప ఆరోహణ సంచితపౌనఃపున్యాలను తీసుకొంటారు.

✳ అవరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య వక్రాన్ని గీయునపుడు X - అక్షంపై దిగువ హద్దులను, Y- అక్షంపై వాటి అనురూప అవరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యాలను తీసుకొంటారు.

✳ ఆరోహణ, అవరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యవక్రాల ఖండన బిందువు (x ,y) అయితే, ఆ దత్తాంశంలోని రాశుల సంఖ్య, n=2y మరియు దత్తాంశ మధ్యగతం = x

✳ మొదటి n సహజ సంఖ్యల సగటు = $\frac{n+1}{2}$

మొదటి n సహజ సంఖ్యల వర్గాల సగటు = $\frac{(n+1)(2n+1)}{6}$

GRK

మొదటి n సహజ సంఖ్యల ఘనాల సగటు = $\frac{n(n+1)^2}{4}$

<u>మాదిరి సమస్యలు</u>

1. **9, 11, 13,** p, **18, 19** ల సగటు p అయిన p విలువ --------------

సాధన:- రాశులు = **9,11,13,** p,**18,19.**

మొత్తం రాశుల సంఖ్య = **6**

సగటు = p $= \frac{9+11+13+p+18+19}{6}$

$$6p = p + 70$$

$$6p - p = 70$$

$$5p = 70$$

$$p = \frac{70}{5} = 14$$

రెండవ పద్ధతి : $6\times p - p = 9+11+13+18+19$

$5p = 70$

$p = 14$

2. $1^2, 2^2, 3^2, ..., 11^2$ ల సగటు ....

సాధన: $1^2, 2^2, 3^2, ..., 11^2$ ల సగటు $= \dfrac{(11+1)(2X\,11+1)}{6}$

$= \dfrac{12\,X\,23}{6} = 46$

3. $1^3, 2^3, 3^3, ...8^3$ ల సగటు ....

సాధన : $\dfrac{8\times(8+1)^2}{4} = \dfrac{8\times 81}{4} = 162$

4. 8 రాశుల సగటు 10 మరియు 12 రాశుల సగటు 15 అయిన మొత్తం రాశుల సగటు ....

సాధన : $\dfrac{8\times 10+12\times 15}{8+12} = \dfrac{80+180}{20} = \dfrac{260}{20} = 13.$

5. ఒక వర్గీకృత దత్తాంశం యొక్క n =70, cf=25, f =24, h =20, l=40 అయిన మధ్యగతం ....

సాధన : మధ్యగతం $= l + \dfrac{\frac{n}{2} - cf}{f}\times h = 40 + \dfrac{\frac{70}{2} - 25}{24}\times 20$

$= 40 + \dfrac{10\times 5}{6}$

= 40+8.33 = 48.33

GRK

6. $\dfrac{x}{3}, \dfrac{x}{2}, \dfrac{x}{4}, \dfrac{2x}{9}, x(x>0)$ **రాశుల మధ్యగతం 5 అయిన** x **విలువ ......**

సాధన : రాశులు $= \dfrac{x}{3}, \dfrac{x}{2}, \dfrac{x}{4}, \dfrac{2x}{9}, x(x>0)$

$= \dfrac{2x}{6}, \dfrac{2x}{4}, \dfrac{2x}{8}, \dfrac{2x}{9}, \dfrac{2x}{2}$

③ ④ ② ① ⑤

మధ్యగతం $= \dfrac{2x}{6_3} = 5$

x **= 3×5=15**

7. x మరియు $\frac{1}{x}$ ల సగటు 5 అయిన x^2 మరియు $\frac{1}{x^2}$ ల సగటు ....

సాధన : x మరియు $\frac{1}{x}$ ల సగటు = $\frac{x+\frac{1}{x}}{2}=5$

$$x+\frac{1}{x}=2\times 5=10$$

$x^2, \frac{1}{x^2}$.ల సగటు = $\frac{x^2+\frac{1}{x^2}}{2}=\frac{(x+\frac{1}{x})^2-2\times x\times\frac{1}{x}}{2}=\frac{100-2}{2}=\frac{98}{2}=49$

8. నాలుగు పూర్ణ సంఖ్యలలో మొదటి రెండు కనిష్ట పూర్ణ సంఖ్యల సగటు 102, మొదటి మూడు కనిష్ట పూర్ణసంఖ్యల సగటు 103, మొత్తం నాలుగు పూర్ణ సంఖ్యల సగటు 104 అయిన గరిష్ట సంఖ్య ....

సాధన : మొదటి రెండు కనిష్ట పూర్ణ సంఖ్యల సగటు = 102

మొదటి రెండు కనిష్ట పూర్ణ సంఖ్యల మొత్తం = 2× 102 =204

మొదటి మూడు కనిష్ట పూర్ణ సంఖ్యల సగటు = 103

మొదటి మూడు కనిష్ట పూర్ణ సంఖ్యల మొత్తం= 3×103=309

మొత్తం నాలుగు కనిష్ట పూర్ణ సంఖ్యల సగటు = 104

మొత్తం నాలుగు కనిష్ట పూర్ణ సంఖ్యల మొత్తం = 4×104=416

గరిష్ట సంఖ్య = 416 – 309 =107.

GRK

9. 17,4,8,6,15 ల సగటు m. 8, 14, 10, 5, 7, 5, 20, 19, n ల మధ్యగతం m-1అయితే m+n ల విలువ?

సాధన : 17,4,8,6,15 ల సగటు = $\frac{17+4+8+6+15}{5}=m$

$$m=\frac{50}{5}=10$$

n తప్ప 8,14,10,5,7,5,20,19 ల క్రమం = 5,5,7,8,10,14,19,20 కానీ మధ్యగతం =m-1=10–1=9 కాబట్టి

n విలువ =9

m+n = 10+9=19.

10. 100 సంఖ్యలలో 20 సంఖ్యలు 4లు, 40 సంఖ్యలు 5 లు, 30 సంఖ్యలు 6లు మరియు మిగిలినవి 10 లు అయిన వాటి సగటు, మధ్యగతాలు ....

సాధన : మొత్తం సంఖ్యలు n = 100

4 ల సంఖ్య = 20

5 ల సంఖ్య = 40

6 ల సంఖ్య = 30

10 ల సంఖ్య = 10

సగటు = $\frac{4\times20+5\times40+6\times30+10\times10}{100}=\frac{80+200+180+100}{100}=\frac{560}{100}=5.6$

మధ్యగతం = $\frac{\frac{n}{2}\text{ వరాశి}+\left(\frac{n}{2}+1\right)\text{ వరాశి}}{2}$ = $\frac{50\text{ వరాశి}+51\text{ వరాశి}}{2}=\frac{5+5}{2}=5$

11. ముగ్గురు విద్యార్థుల సగటు బరువు **40** కి.గ్రా వారిలో ఒక విద్యార్థి బరువు **46** కి.గ్రా మరియు మిగిలిన ఇద్దరు విద్యార్థుల బరువులు సమానమైతే, వారి ఒక్కొక్కరి బరువు .... కి.గ్రా

సాధన: ముగ్గురు విద్యార్థుల సగటు బరువు = **40** కి.గ్రా

ముగ్గురు విద్యార్థుల మొత్తం బరువు = **3×40 =120** కి.గ్రా

ఒక విద్యార్థి బరువు = **46** కి.గ్రా

మిగిలిన ఇద్దరు విద్యార్థుల బరువు = **120– 46 = 74** కి.గ్రా

ఇద్దరి బరువులు సమానం కాబట్టి, ఒక్కొక్కరి బరువు = $\frac{74}{2}$ **=37** కి.గ్రా

రెండవ పద్ధతి : ఒక్కొక్కరి బరువు = $\frac{3\times40-46}{2}=\frac{74}{2}$ **=37** కి.గ్రా

GRK

12. నాలుగు వేర్వేరు సంఖ్యలలో మొదటి రెండు సంఖ్యల సగటు **4**, మొదటి మూడు సంఖ్యల సగటు **9** మరియు **4** సంఖ్యల సగటు **15**. అందులో ఒక సంఖ్య **2** అయిన మిగిలిన సంఖ్యలు ....

సాధన: నాలుగు వేర్వేరు సంఖ్యలు = a,b,c,d అనుకొనుము.

మొదటి రెండు సంఖ్యల సగటు = $\frac{a+b}{2}=4$ కాబట్టి a+b = $2\times4=8$

మొదటి **3** సంఖ్యల సగటు = $\frac{a+b+c}{3}=9$ కాబట్టి $a+b+c=3\times9=27$ $c=27-8=19$

4 సంఖ్యల సగటు = $\frac{a+b+c+d}{a}=15$ కాబట్టి, $a+b+c+d=4\times15=60$ $d=60-27=33$

ఒక సంఖ్య a =2 అయిన **(1)** నుండి b = 8 - 2=6

మిగిలిన సంఖ్యలు = **6,19,33**

13. **40** రాశుల సగటు **160** ఒక రాశి **165** కు బదులుగా పొరపాటున **125** గా నమోదు చేయబడితే, సరియైన సగటు?

సాధన : **40** రాశుల సగటు = **160**

40 రాశుల మొత్తం = **40× 160 = 6400**

ఒక రాశి 165 కు బదులు 125 నమోదు చేయబడింది. కాబట్టి

సరియైన మొత్తం = 6400 + 165 - 125 =6440

సరియైన సగటు = $\frac{6440}{40} = 161$

14. 100 రాశుల సగటు 30 పొరపాటున 23 మరియు 11లకు బదులుగా వరుసగా 32 మరియు 12లు నమోదు చేయబడిన, సరియైన సగటు ....

సాధన : సరియైన సగటు = $\frac{100 \times 30 + 23 + 11 - 32 - 12}{100} = \frac{2990}{100} = 29.9$

15. $\sum_{i=1}^{n}(x_i - 12) = -10$ **మరియు** $\sum_{i=1}^{n}(x_i - 3) = 62$ **అయిన n మరియు** $\bar{x}$**లు ....**

సాధన : $\sum_{i=1}^{n}(x_i - 12) = -10 \quad \sum_{i=1}^{n} x_i - 12n = -10........(1)$

$\sum_{i=1}^{n}(x_i - 3) = 62 \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} x_i - 3n = 62........(2)$

(2) - (1) చేయగా,-3n+ 12n = 62 +10 $\Rightarrow 9n = 72 \Rightarrow n = 8$

1) నుండి, $\sum_{i=1}^{n} x_i - 12 \times 8 = -10 \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} x_i = -10 + 96 = 86$

GRK

$\therefore \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{86}{8} = 10.75$

$n = 8, \bar{x} = 10.75$

16. 8 రాశుల మధ్యగతం 15 ప్రతి రాశిని 2 చే గుణిస్తే, ఫలిత దత్తాంశ మధ్యగతం ....

సాధన : ఫలిత దత్తాంశ మధ్యగతం = 2× 15 = 30.

17. క్రింది దత్తాంశ సగటు 1.46 అయిన f_1, f_2**ల విలువలు....................**

x	0	1	2	3	4	5	మొత్తం
f	46	f_1	f_2	25	10	5	200

సాధన : $\sum f_i = 46 + f_1 + f_2 + 25 + 10 + 5 = 200 \Rightarrow f_1 + f_2 = 200 - 86 = 114...(1)$

$\sum f_i x_i = o + f_1 + 2f_2 + 75 + 60 + 25 = f_1 + 2f_2 + 140.$

$\because \bar{x} = 1.46; \frac{f_1 + 2f_2 + 140}{200} = 1.46 \Rightarrow f_1 + 2f_2 = 292 - 140 = 152....(2)$

(2) – (1) చేయగా, $f_2 = 152 - 114 = 38$

1) నుండి, $f_1 = 114 - 38 = 76$

$\therefore f_1 = 76, f_2 = 38$

GRK

LEVEL - 1

1) సాంఖ్యక శాస్త్ర పితామహుడు ( )
A) పాస్కల్ B) లీబ్నిజ్ C) సర్ రోనాల్డ్ A. ఫిషర్ D) సిల్వెస్టర్

2) భారతీయ సాంఖ్యక శాస్త్ర పితామహుడు ( )
A) అమర్త్యసేన్ B) స్వామినాథన్ C) P.C. మహాలనోబిస్ D) కౌటిల్యుడు

3) 5,11, 3,31,19, 29,45,37 ల వ్యాప్తి ( )
A) 40 B) 41 C) 42 D) 43

4) మొదటి 100 సహజ సంఖ్యల వ్యాప్తి ( )
A) 100 B) 99 C) 98 D) 101

5) ఒక దత్తాంశంలోని పది రాశులలో గరిష్ట విలువ 30 గానూ, కనిష్ట విలువ 12గానూ ఉంది. ఈ దత్తాంశ సగటుగా ఉండగల విలువ ( )
A) 10 B) 29 C) 31 D) 42

6) మొదటి 10 సహజ సంఖ్యల సగటు ( )
A) 5 B) 6 C) 5.5 D) 4.5

7) మొదటి 5 ప్రధాన సంఖ్యల సగటు ( )
A) 5 B) 5.2 C) 5.4 D) 5.6

8) 25, 26, 25,27,28,30,31, 27,33,27,29 ల బహుళకం ( )
A) 25 B) 26 C) 27 D) 28

9) 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, ల బహుళకం ( )
A) 1 B) 1,2 C) 1,2,3,4 D) ఉండదు

10) 14, 36, 25, 28, 35, 32, 56, 42,50 రాశుల మధ్యగతం ( )
A) 34 B) 35 C) 35.5 D) 36

11) 24, 29, 34, 38, x.ల మధ్యగతం 34 అయిన x విలువ ( )
A) $X < 34$ B) $X > 34$ C) $X = 34$ D) B మరియు C

12) మొదటి 10 సహజ సంఖ్యల మధ్యగతం ( )
A) 5 B)5.5 C) 4.5 D) 6.5

13) అభిమాన నటుడిని ఎన్నుకోవడానికి ఉపయోగపడే కేంద్రీయ స్థాన విలువ ( )
A) సగటు B) మధ్యగతం C) బాహుళకం D) వ్యాప్తి

14) పరీక్ష హాలులోనికి సరిపడే అదనపు పేపర్లు తెచ్చుకోవడానికి ఇన్విజిలేటర్‌కు ఉపయోగపడే కేంద్ర స్థాన కొలత ( )
A) సగటు B) మధ్యగతం C) బాహుళకం D) ఏదీకాదు.

15) 0-10, 10-20, 20-30 .... తరగతులు గల పౌనఃపున్య విభాజనములో 30 అను రాశి .... తరగతికి చెందుతుంది. ( )
A) 20-30 B)30-40 C) 10-20 D) A మరియు B

16) ఒక తరగతి మధ్య విలువ 40, దాని దిగువ హద్దు 25 అయిన ఎగువ హద్దు ( )
A) 35 B)45 C) 55 D) 65

GRK

17) 1-10, 11-20, 21-30, 31-40, ... తరగతులు గల పౌనఃపున్య విభాజనములో 20.5 అనే విలువ ..... తరగతికి చెందుతుంది ( )

A) 11-20 B)21-30 C) 31-40 D) A మరియు B

18) కమ్మీ రేఖా చిత్రంలో కమ్మీల .... సమానం ( )

A) పొడవులు B)వెడల్పులు C) పౌనఃపున్యాలు D) ఏదీకాదు.

19) హిస్టోగ్రామ్‌లో .... ఉంటాయి ( )

A) చతురస్రాలు B)దీర్ఘచతురస్రాలు C) వృత్తాలు D) త్రిభుజాలు

20) హిస్టోగ్రామ్‌లో దీర్ఘ చతురస్రాల పొడవులు ..... లకు అనుపాతంలో ఉంటాయి ( )

A) వెడల్పులు B)పౌనఃపున్యాము C) A మరియు B D) ఏదీకాదు

21) హిస్టోగ్రామ్‌లో దీర్ఘ చతురస్రాల వెడల్పులు .... ను సూచిస్తాయి ( )

A) పౌనఃపున్యం B)తరగతి అంతరం C) తరగతి మార్కు D) వ్యాప్తి

22) ఓజీవ్ వక్రము అనగా ( )

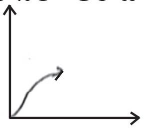
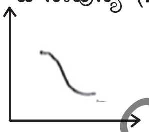
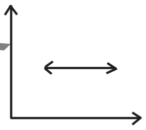
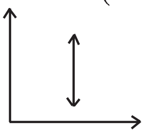
A) ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య వక్రము B)అవరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య వక్రం

C) A మరియు B D) ఏదీకాదు

23) ఓజీవ్ వక్రం ఆకారం ( )

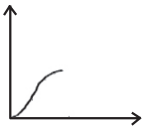
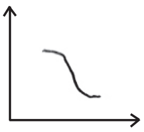
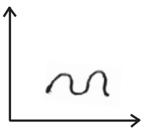
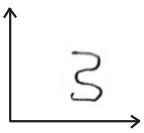
A) O B) S C) U D) V

24) క్రింది వానిలో ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య (LCF) వక్రం ( )

A)  B)  C)  D) 

GRK

25) క్రింది వానిలో ఆవరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య (gcfc) వక్రం ( )

A)  B)  C)  D) 

26) ఒక తరగతి మార్కు (మధ్య విలువ) 15, తరగతి అంతరం 20 అయిన ఎగువ హద్దు ( )

A) 5 B)15 C) 25 D) 35

27) ఒక తరగతి ఎగువ హద్దు 30 తరగతి అంతరం 10 అయిన దిగువ హద్దు ( )

A) 10 B)20 C) 15 D) 25

28) 2, 3, 3, 2, 1, 1, 3 ల బాహుళకం P అయిన P విలువ ( )

A) 1 B)2 C) 3 D) ఏదీకాదు

29) ఒక వృత్త రేఖా చిత్రంలోని త్రిజ్యాంతరములన్నీ కేంద్రం వద్ద చేయు కోణాల మొత్తం ( )

A) 180^0 B) 270^0 C) 360^0 D) 720^0

30) 20 రాశుల సగటు 15.5 అయిన ఆ రాశుల మొత్తం ( )

A) 31 B)155 C) 310 D) 210

31) ఒక దత్తాంశపు సగటు 25, మధ్యగతం 30 అయిన బాహుళకం ( )

A) 35 B)27.5 C) 40 D) 55

32) 7, 10, 5, x, 6 ల సగటు 8 అయిన x విలువ ( )

A) 11 B)12 C) 13 D) 14

33) తరగతి దిగువ హద్దులను ఉపయోగించి కనుగొనే కేంద్ర స్థాన కొలత ( )

A) సగటు B)మధ్యగతం C) బాహుళకం D) B మరియు C

34) $\sum x_i = 115, n = 10$ అయిన $\bar{x}$ ( )

A) 12 B)11.5 C) 11 D) 10.5

35) $2x, 10x, 4x, 3x, x$ ల మధ్యగతం ( )

A) $2x$ B) $3x$ C) $4x$ D) $\frac{7x}{2}$

36) $a-3, a-1, a+1, a+3$ ల మధ్యగతం ( )

A) a B) 2a C) a-1 D) 2(a+1)

37) 9.5 - 19.5 తరగతి మార్కు (మధ్య విలువ) ( )

A) 14 B)10 C) 10.5 D) 14.5

38) 11, 12,13, 10, 12, 11,14,12,11,10 దత్తాంశంలో 12 యొక్క పౌనఃపున్యం ( )

A) 3 B)12 C) 36 D) 4

39) 1,2,2,3,3,3,4,4,4,4, ..., 11,11 దత్తాంశ బాహుళకం ( )

A) 4 B)11 C) 44 D) ఉండదు

40) 6, 9, 12, 15, 9, 3,6,9,12,6,10, 3,6,15,6 దత్తాంశపు మధ్యగతం మరియు బాహుళకాల భేదం ( )

A) 1 B)2 C) 3 D) 4

GRK

41) ఒక దత్తాంశ గరిష్ట విలువ 57 మరియు వ్యాప్తి 20 అయిన కనిష్ట విలువ ( )

A) 77 B)57 C) 37 D) 17

42) 20రాశుల సగటు 18. ప్రతి రాశికి 3 కలిపిన నూతన దత్తాంశ సగటు ( )

A) 18 B)6 C) 21 D) 54

43) 1-10, 11-20, 21-30, .. తరగతులలో 11-20 తరగతి యొక్క హద్దులు ( )

A) 11,20 B)10.5, 20 C) 11,20.5 D) 10.5,20.5

44) ఏవైనా మూడు వరుస సంఖ్యల బాహుళకం ( )

A) 3 B)మధ్య సంఖ్య C) 3×మధ్యసంఖ్య D) ఉండదు

45) మొదటి 100 సరి సహజ సంఖ్యల సగటు ( )

A) 100 B)101 C) 102 D) 103

46) మొదటి 50 బేసి సహజ సంఖ్యల సగటు ( )

A) 50 B)51 C) 100 D) 101

47) ఆరోహణ, అవరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యాల ఖండన బిందువు నుండి ఏ కేంద్ర స్థాన కొలత కనుగొనవచ్చు ( )

A) సగటు B)మధ్యగతం C) బాహుళకం D) ఏదీకాదు

48) పౌనఃపున్య బహుభుజిని గీయునపుడు × - అక్షంపై .... తీసుకుంటారు ( )

A) మధ్యవిలువ B)పౌనఃపున్యం C) సంచిత పౌనఃపున్యం D) ఏదీకాదు

49) x_i, f_i విలువలు బాగా తక్కువగా ఉన్నపుడు సగటు కనుగొనుటకు ..... పద్ధతి ఉపయోగిస్తారు ( )

A) ప్రత్యక్ష B)విచలన C) సోపాన విచలన D) ఏదీకాదు

50) పౌనఃపున్య వక్రము నిర్మాణంలో Y- అక్షంపై .... ను తీసుకుంటారు ( )

A) తరగతి అంతరం B)పౌనఃపున్యం C) తరగతి మార్కు D) ఏదీకాదు

51) క్రింది వానిలో అత్యల్ప, అత్యధిక విలువలచే ప్రభావితం కానిది ( )

A) సగటు B)మధ్యగతం C) బాహుళకం D) వ్యాప్తి

52) పౌనఃపున్య విభాజన పట్టికలోని తరగతులు మరియు వాటి అనురూప పౌనఃపున్యాలను వరుసగా ×మరియు-Y అక్షాలపై తీసుకొని .... ను నిర్మిస్తారు ( )

A) పౌనఃపున్య బహుభుజి B)హిస్టోగ్రామ్ C) పౌనఃపున్య వక్రం D) ఓజీవ్ వక్రం

53) ఆరోహణ, అవరోహణ పౌనఃపున్య వక్రాల ఖండన బిందువులో $x-$ నిరూపకం ...... ను సూచిస్తుంది( )

A) సగటు B)మధ్యగతం C) బాహుళకం D) వ్యాప్తి

54) మొదటి 10 పూర్ణాంకాల మధ్యగతం ( )

A) 5 B)4 C) 4.5 D) 5.5

GRK

LEVEL - 2

1) మొదటి 10 పూర్ణాంకాల సగటు ( )

A) 5 B) 5.5 C) 4.5 D) 4

2) $x_1, x_2, ...x_{10}$ రాశుల సగటు 20 అయిన $x_1+2, x_2+4, x_3+6, ..., x_{10}+20$ ల సగటు ( )

A) 20 B) 30 C) 25 D) 31

3) 11 వేర్వేరు రాశుల మధ్యగతం 30 వానిలో మిక్కిలి పెద్దవైన నాలుగు సంఖ్యలకు, ప్రతి రాశికి 5 కలుపగా వచ్చు కొత్త రాశుల మధ్యగతం ( )

A) 35 B) 33 C) 31 D) 30

4) 10 సంఖ్యల సగటు 7,15 సంఖ్యల సగటు 12 అయిన పూర్తి దత్తాంశపు సగటు ( )

A) 25 B) 19 C) 10 D) 20

5) $\frac{2}{5}, \frac{5}{3}, \frac{1}{3}, \frac{5}{6}, \frac{1}{6},$ ల సగటు ( )

A) $\frac{16}{25}$ B) $\frac{17}{25}$ C) $\frac{18}{25}$ D) $\frac{19}{25}$

6) n అంశాలను ఆరోహణక్రమంలో వ్రాసినచో, n సరి సంఖ్య అయినపుడు ఆ దత్తాంశ మధ్యగతం .... అంశము అగును ( )

A) $\left(\frac{n+1}{2}\right)$వరాశి B) $\dfrac{\frac{n+1}{2}-\frac{n}{2}}{2}$ C) $\dfrac{\left(\frac{n+2}{2}\right)\text{వ రాశి} + \frac{n}{2}\text{ వ రాశి}}{2}$ D) $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ వ రాశి

GRK

7) $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{6}, \frac{7}{12}$ ల మధ్యగతం ( )

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{7}{12}$

8) $\frac{x}{2}, x, \frac{x}{3}, \frac{2x}{7}, \frac{x}{4} (x>0)$ ల మధ్యగతం 10 అయిన x ( )

A) 10 B) 20 C) 30 D) 40

9) $1^2, 2^2, 3^2, ...20^2$ ల సగటు ( )

A) 40 B) 50 C) 60 D) ఏదీకాదు

10) క్రింది పౌనఃపున్య విభాజనములో బాహుళక తరగతి ( )

తరగతి	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
పౌనఃపున్యం	3	11	17	25	13	7

A) 10-20 B) 20-30 C) 30-40 D) 40-50

11) సగటు 2p+q, మధ్యగతం P+2q అయిన బాహుళకం ( )

A) P- 4q B) 4p - q C) 4q - p D) q - 4p

12) మూడు సంఖ్యల సగటు 8. ఈ మూడు సంఖ్యలు మరియు x ల సగటు 7 అయిన x విలువ ( )

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5

13) మొదటి 5 బేసి సహజ సంఖ్యల మధ్యగతం 5. 6వ బేసి సంఖ్యను కూడా కలిపితే మధ్యగతం ( )

A) 5.5 B) 5 C) 6 D) 6.5

14) క్రమంలో వ్రాయబడిన $8, 10, x-1, x+3$, 17, 19 లమధ్యగతం 14 అయిన x విలువ ( )

A) 11 B) 12 C) 13 D) 15

15) $x_1, x_2, x_3, ...x_{50}$ ల సగటు $\bar{x}$ ప్రతి $x_i (i=1,2,3,....50)$ ను $\frac{x_i}{50}$ చే మార్పిడి చేసినచో ఫలిత దత్తాంశ సగటు ( )

A) $\bar{x}$ B) $\frac{\bar{x}+1}{50}$ C) $50\bar{x}$ D) $\frac{\bar{x}}{50}$

16) x_1, x_2 ల సగటు 6మరియు x_1, x_2, x_3 ల సగటు 7 అయిన $x_3 =$ ( )

A) 1 B) 8 C) 9 D) 5

17) మొదటి n బేసి సహజ సంఖ్యల సగటు $\frac{n^2}{81}$ అయిన n = ( )

A) 9 B) 81 C) 1 D) ఏదీకాదు

18) 1,3,4,5,7,4, ల సగటు m,3,2,2,4,3,3,p ల సగటు m-1మరియు మధ్యగతం q అయిన P+q విలువ ( )

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8

19) ఒక దత్తాంశ బహుళకం, సగటు కన్నా 12 ఎక్కువైతే, బహుళకం, మధ్యగతం కన్నా ..... ఎక్కువ ( )

A) 4 B) 8 C) 12 D) 18

GRK

20) క్రింది దత్తాంశ మధ్యగతం ( )

రాశి	3	6	10	12	7	15
పౌనఃపున్యం	3	4	2	8	13	10

A) 12 B) 10 C) 7 D) 15

21) 2– a, a, a+2 ల సగటు ( )

A) a B) $\frac{a-2}{3}$ C) $\frac{a+3}{3}$ D) $\frac{a+4}{3}$

22) x+1 తో ప్రారంభమయ్యే 10 వరుస సంఖ్యల సగటు ( )

A) x+5 B) x-5 C) x+5.5 D) x-5.5

23) ఒక దత్తాంశ ఆరోహణ, అవరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య వక్రాలు (42.5, 60) బిందువు వద్ద ఖండించుకుంటే, ఆ దత్తాంశంలోని రాశుల సంఖ్య ( )

A) 85 B) 120 C) 30 D) ఏదీకాదు

24) 15 అంశాల సగటు 20 ప్రతి అంశం నుండి 6 తీసివేసిన, ఫలిత సగటు ( )

A) 17 B) 16 C) 15 D) 14

25) m బాలుర సగటు వయసు x సం॥లు,n బాలికల సగటు వయసు y సం॥లు అయిన వారందరి సగటు వయసు ( )

A) $\frac{mx-ny}{m-n}$ B) $\frac{my-nx}{m-n}$ C) $\frac{mx+ny}{m+n}$ D) $\frac{my+nx}{m+n}$

26) $31\frac{1}{2}, 32\frac{1}{4}, 31\frac{2}{3}, 33\frac{3}{4}$ ల మధ్యగతం ( )

A) $32\frac{1}{3}$ B) $33\frac{1}{3}$ C) $31\frac{23}{24}$ D) $33\frac{3}{4}$

27) a,b,c,d,e, లు 5 వరుస బేసి సంఖ్యలైతే, వాటి సగటు ( )

A) a-4 B) a+4 C) 5 (a+b+c+d+e) D) $\frac{abcde}{5}$

28) 100 మంది విద్యార్థులు గల తరగతి యొక్క సగటు మార్కులు 30, మరొక తరగతిలోని 50 మంది విద్యార్థుల సగటు మార్కులు 60 అయిన ఆ రెండు తరగతుల విద్యార్థుల సగటు మార్కులు ( )

A) 50 B) 40 C) 35 D) 45

29) రెండు సంఖ్యల సగటు 6, వాటి వ్యాప్తి 4 అయిన ఆ సంఖ్యలు ( )

A) 10,6 B) 8,4 C) 6,2 D) 9,5

30) 1,2,3, ... n ల సగటు $\frac{6n}{11}$ అయిన n = ( )

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12

31) 19, 25, 59,48,35,31,30,32,51 రాశుల మధ్యగతానికి మరియు ఈ దత్తాంశంలో 25 అనే రాశిని 52 చే మార్పిడి చేస్తే వచ్చే మధ్యగతానికి మధ్య భేదము యొక్క పరమ మూల్యం ( )

A) –3 B) 3 C) 32 D) 35

32) a,b,c,d,e, ల సగటు 28 మరియు a,c,e,ల సగటు 24 అయిన b,d,ల సగటు = ( )

A) 31 B) 32 C) 33 D) 34

33) X, X+2, X+4, X+6, X+8 ల సగటు 11 అయిన మొదటి మూడు రాశుల సగటు ( )

A) 9 B) 11 C) 13 D) 15

34) క్రింది దత్తాంశాలలో దేని సగటు, మధ్యగతం, బాహుళకాలు ఒకే విలువను కలిగి ఉంటాయి ( )

A) 2,2,2,2,4 B) 1,3,3,3,5 C) 1,1,2,5,6 D) 1,1,1,2,5

35) 2,2,4,5 మరియు 12 రాశులకు సంబంధించి క్రింది వానిలో ఏది సత్యం ( )

A) సగటు = మధ్యగతం B) సగటు > బాహుళకం

C) సగటు < బాహుళకం D) బాహుళకం = మధ్యగతం

36) క్రింది దత్తాంశ సగటు 15 అయిన p =

x	5	10	15	20	25
y	6	P	6	10	5

( )

A) 7 B) 8 C) 9 D) 8.5

37) $1^3, 2^3, 3^3, ... n^3$ ల సగటు ( )

A) $\frac{(n+1)^3}{4}$ B) $\frac{n(n+1)^2}{4}$ C) $\frac{n(n+1)}{2}$ D) $\frac{n^2(n+1)^2}{2}$

GRK

38) ఒక కమ్మీ రేఖా చిత్రంలో 10 సెం.మీ కమ్మీ పొడవు 50 యూనిట్లు సూచిస్తే 35 యూనిట్లను సూచించే కమ్మీ పొడవు .... సెంమీ ( )

A) 3.5 B) 3.8 C) 7 D) 14

39) ఒక వృత్త రేఖా చిత్రంలోని ఒక సెక్టరు కోణం 135^0 అయిన అది ఆ వృత్త రేఖా చిత్రంలో .... వ భాగం ( )

A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{3}{10}$

40) ఒక పౌనఃపున్య విభజనంలో h=13, l=65.5, f=42, cf=23, n=102 అయిన మధ్యగతం ( )

A) 65.5 B) 74.17 C) 66.93 D) 66.43

41) ఏక బాహుళక దత్తాంశం యొక్క $\bar{x} = 72.5, z = 76.7$ అయిన మధ్యగతం ( )

A) 72.9 B) 73.9 C) 74.9 D) 75.9

42) a,b,c లు a-b = b-c అగునట్లుగా ఉంటే వీటి సగటు ( )

A) a B) b C) c D) $\frac{abc}{3}$

43) 1,3,5,7......., (2n - 1), $n \in N$ ల సగటు ( )

A) n B) $\frac{n}{2}$ C) $\frac{n}{2}$ D) $\frac{2n}{3}$

44) ఒక పౌనఃపున్య విభజనంలో l=29.5, $f_1 - f_0 = 24, f_1 - f_2 = 20, h = 5$ అయిన బాహుళకం ( )

A) 31.22 B) 32.22 C) 33.22 D) 30.22

GRK

45) మొదటి n పూర్ణాంకాల సగటు ( )

A) $\frac{n+1}{2}$ B) $\frac{n}{2}$ C) $\frac{n-1}{2}$ D) $\frac{n}{2}-1$

46) −4 నుండి +4 వరకు గల అన్ని పూర్ణ సంఖ్యల మధ్యగతం ( )

A) 4 B) 16 C) 8 D) 0

LEVEL - 3

1) ఒక పట్టణం యొక్క ఒక వారంలోని ఉష్ణోగ్రతల సగటు 25^0 C. సోమ, మంగళ, బుధ, గురువారాల సగటు ఉష్ణోగ్రత 23^0 Cమరియు గురు, శుక్ర, శని, ఆది వారాల సగటు ఉష్ణోగ్రత 28^0 C అయిన గురువారం ఉష్ణోగ్రత...... ( )

A) 25^0C B) 27^0C C) 28^0C D) 29^0C

2) n రాశుల సగటు $\bar{x}$ మొదటి రాశికి 1, రెండవ రాశికి 2, మూడవ రాశికి 3ను, యిలా వరుసగా పెంచుకుంటూ పోతే, ఫలిత దత్తాంశ సగటు ( )

A) $\bar{x}$ B) $2\bar{x}$ C) $\bar{x}-\frac{n+1}{2}$ D) $\frac{2\bar{x}+n+1}{2}$

3) $u_i=\frac{x_i-25}{10}, \sum f_iu_i=20, \sum f_i=100$ అయిన $\bar{x}=$ ( )

A) 20 B) 25 C) 27 D) 45

4) a, a+d, a+2d, ... లో n పదాల సగటు ( )

A) $a+(n-1)d$ B) $a+nd$ C) $2a+(n-1)d$ D) $a+(n-1)\frac{d}{2}$

5) 4గురు కూలీల రోజూ వారీ కూలీ సగటు రు180. మరొక కూలీ అదనంగా చేరితే, వారి సగటు కూలీ రు.185 అయినది. అయితే, ఆ చేరిన కూలీ యొక్క దినసరి కూలీ ( )

A) రు. 200 B) రు. 205 C) రు. 195 D) రు 204

6) ఒక వ్యక్తి A అనే పట్టణం నుండి B అనే పట్టణానికి, గల దూరాన్ని 40 కి.మీ/గం వేగంతో ప్రయాణించాడు. ఈ దూరాన్ని వెనుకకు 30 కి.మీ/గం వేగంతో ప్రయాణించాడు. ఈ మొత్తం ప్రయాణంలో అతని సరాసరి వేగం .... ( )

A) 34.29 కిమీ/గం B)34.39 కిమీ/గం C) 34.59 కిమీ/గం D) 34.69 కి.మీ/గం

7) ఒక తరగతిలోని 45 మంది విద్యార్థులలో 15 మంది బాలికలు. ఈ 15 మంది బాలికల సగటు బరువు 45కి.గ్రా మరియు బాలుర సగటు 55 కి.గ్రా అయిన తరగతిలోని విద్యార్థుల సగటు బరువు .... కి.గ్రా ( )

A) 44.67 కి.గ్రా B) 45.67 కి.గ్రా C) 49.67 కి.గ్రా D) 51.67 కి.గ్రా

8) ఒక పాఠశాలలో ఒక తరగతిలో 4 సెక్షన్లు ఉన్నాయి. వీటిలో వరుసగా 40,35,45,42 మంది విద్యార్థులు ఉన్నారు. ఒక పరీక్షలో ఈ తరగతుల సగటు మార్కులు వరుసగా 50, 60, 55,45 మొత్తం మీద ప్రతి విద్యార్థి సగటు మార్కులు.... ( )

A) 52 B) 52.25 C) 52.5 D) 52.75

9) ఒక కారు t_1 గంటల పాటు v_1 కి.మీ/గం వేగంతోనూ, t_2 గంటల పాటు v_2 కి.మీ/గం సరాసరి వేగంతోనూ ప్రయాణిస్తే, మొత్తం ప్రయాణంలో రైలు సరాసరి వేగం .... కి.మీ/గం ( )

A) $\frac{v_1t_1+v_2t_2}{t_1+t_2}$ B) $\frac{(v_1+v_2)t_2}{t_1}$ C) $\frac{v_1t_1+v_2t_2}{v_1+v_2}$ D) $\frac{v_1+v_2}{t_1+t_2}$

10) ఒక రైలు x కి.మీ. దూరాన్ని v_1 కి.మీ./గం. సరాసరి వేగంతోనూ, y కి.మీ. దూరాన్ని v_2 కి.మీ./గం.సరాసరి వేగంతోనూ ప్రయాణిస్తే, మొత్తం ప్రయాణంలో రైలు సరాసరి వేగం .... కి.మీ./గం. ( )

A) $\frac{x+y}{v_1+v_2}$ B) $\frac{(x+y)v_1v_2}{v_1+v_2}$ C) $\frac{(x+y)v_1v_2}{xv_2+yv_1}$ D) $\frac{xv_1+yv_2}{v_1+v_2}$

GRK

11) మూడు సంఖ్యలలో మొదటిది, రెండవదానికి రెట్టింపు మరియు మూడవదానికి 3 రెట్లు. వీటి సగటు 88 అయిన అతి చిన్న సంఖ్య ఏది ? ( )

A) 72 B) 36 C) 48 D) 18

12) 9 మంది ఒక హోటల్‌కు వెళ్ళారు. వారిలో 8 మంది ప్రతి ఒక్కరు రూ.4/- ఖర్చు చేశారు. 9వ వ్యక్తి ఈ తొమ్మిది మంది యొక్క సగటు ఖర్చు కంటే రూ.2/- ఎక్కువ ఖర్చు చేశాడు. అయిన వారందరూ కలిసి చేసిన మొత్తం ఖర్చు ఎంత ? ( )

A) రూ.36.25 B) రూ.37.25 C) రూ.38.25 D) రూ.39.25

13) x మరియు $\frac{1}{x}$ ల సగటు K అయిన x^2 మరియు $\frac{1}{x^2}$ ల సగటు ఎంత ? ( )

A) $2k$ B) $2k^2+1$ C) $2k^2-1$ D) K^2

14) ఒక దత్తాంశంలోని రాశుల సగటు 12.5 పొరపాటు వలన ఒక రాశి 15 కు బదులుగా −15 నమోదు చేయబడినది. దీనిని సరిచేస్తే ఫలిత సగటు 14 అయిన ఆ దత్తాంశంలోని రాశుల సంఖ్య ఏది ? ( )

A) 15 B) 20 C) 25 D) 30

15) $ax_1, ax_2, ...ax_n$ ల సగటు $a\bar{x}$ అయిన $(ax_1-a\bar{x})+(ax_2-a\bar{x})+......+(ax_n-a\bar{x})$ = ... ( )

A) $\bar{x}$ B) a C) o D) $x_1+x_2+....+x_n$

16) $\sum_{i=1}^{n}(x_i-2)=110$ మరియు $\sum_{i=1}^{n}(x_i-54)=20$ అగునట్లు చరరాశి x యొక్క n విలువలు వరుసగా $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ అయితే, n = ... ( )

A) 20 B) 30 C) 40 D) 65

17) 50 నుండి $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ ల విచలనాల మొత్తం −10 మరియు 46 నుండి విచలనాల మొత్తం 70 అయిన వాటి సగటు ఎంత ? ( )

A) 39.5 B) 45.5 C) 49.5 D) 59.5

18) $a_0x^n+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}+.....+a_n(a_0\neq 0)$ బహుపదికి $x-1$ ఒక కారణంకమైన $a_0, a_1, a_2, ..., a_n$ ల సగటు ఎంత ? ( )

A) n B) $n-1$ C) 1 D) 0

19) x^n మరియు $\frac{1}{x^n}$ ల సగటు 1 అయిన x మరియు $\frac{1}{x}$ ల సగటు ఎంత ? ( )

A) 0 B) 1 C) $2n$ D) $\frac{n}{2}$

20) $a_0x^{10}+a_1x^9+a_2x^8+a_3x^7+a_4x^6+a_5x^5+a_6x^4+a_7x^3+a_8x^2+a_9x+a_{10}(a_0\neq 0)$ బహుపదికి $x+1$ ఒక కారణాంకమైతే, $a_0, -a_1, a_2, -a_3, a_4, -a_5, a_6, -a_7, a_8, -a_9, a_{10}$ ల సగటు ( )

A) 10 B) 5 C) 1 D) 0

GRK

KEY

Level - 1 :

1. C	2. C	3. C	4. B	5. B	6. C	7. D
8. C	9. D	10. B	11. D	12. B	13. C	14. A
15.B	16.C	17. B	18. B	19. B	20. B	21. B
22.C	23.B	24. A	25. B	26. C	27. B	28. C
29.C	30.C	31.C	32.B	33. D	34. B	35. B
36. A	37.D	38. A	39.B	40.C	41.C	42. C
43. D	44.D	45. B	46. A	47. B	48. A	49. A
50. B	51.C	52. B	53. B	54.C	55. C	

Level - 2 :

GRK

1. C	2. D	3. D	4. C	5. B	6. C	7. D
8. C	9. D	10. C	11. C	12. C	13. C	14. C
15.D	16.C	17. B	18. C	19. B	20. C	21. D
22.C	23.B	24. D	25. C	26. C	27. B	28. B
29.B	30.C	31.B	32. D	33. A	34. B	35. B
36. B	37.B	38. C	39. C	40. B	41. B	42. B
43. A	44. B	45. B	46. D			

Level - 3 :

1. D	2. D	3. C	4. D	5. B	6. A	7. D
8. B	9. A	10. C	11. A	12. C	13. C	14. B
15.C	16.B	17. C	18.D	19. B	20. D	

<u>మా గ్రూప్స్ యొక్క ప్రత్యేకతలు</u>

చరిత్రలో ఈ రోజు

టి ఎస్ & ఎ పి వార్తా పత్రికలు

ఇంగ్లీష్ న్యూస్ పేపర్స్

ఎడ్యుకేషన్ మెటీరియల్స్

కరెంట్ అఫైర్స్ & క్విజ్

జనరల్ నాలెడ్జ్ బిట్స్

మేగజైన్స్ & బుక్స్

ఉద్యోగ సమాచారం

క్రీడా సమాచారం..

GSRAO & ASN
Gk Groups

9494317394

పైన పేర్కొనబడిన మెటీరియల్స్ ప్రతిరోజు మరియు పోటీపరీక్షల కోసం ప్రిపేర్ అయ్యేవారందరికీ ఉపయోగపడే మెటీరియల్స్ మా గ్రూప్స్ లో పంపబడును..